Navigational Algorithms

Navegación Astronómica

Índice

La navegación astronómica en el siglo XXI

A lo largo de la historia, los métodos y las técnicas de navegación han ido variando y evolucionando, hasta la era actual donde el GPS se ha convertido en una herramienta precisa, robusta y barata, facilitando al navegante su trabajo, y haciendo la travesía más segura.

Es cierto que los dispositivos electrónicos de a bordo pueden dejar de funcionar, -por caída de un rayo, cortocircuito, deterioro-, y es entonces cuando los métodos tradicionales muestran todo su potencial.

Antaño, en una travesía cuando la costa se aleja y se deja atrás, y solo hay mar océana alrededor, el navegante, no tenia más amigos para situarse que los astros del firmamento. La navegación astronómica era un arte reservado para unos pocos elegidos, rodeada de una aureola de romanticismo y aventura.

Hoy en día, en la era de la navegación por satélite, parte de ese romanticismo se ha perdido, debido a la comodidad que supone el uso de un dispositivo que te da en cada momento la posición, rumbo y velocidad. Pero también es una realidad que la ciencia y la tecnología han posibilitado que la navegación astronómica sea menos “misteriosa” y llegue a más gente interesada en conocerla y utilizarla.

De hecho es un error confiar en un solo método para calcular la posición; la política de seguridad debería ser utilizar al menos otro alternativo, independiente del primero, por si este falla. Ahora que los sistemas reservados a los grandes navíos, como el OMEGA y TRANSIT han sido deshabilitados, y no se garantiza la operatividad a largo plazo de otros como el LORAN-C y el VOR/DME, es cuando la navegación astronómica se perfila como un serio complemento a los Sistemas Globales de Navegación por Satélite (GNSS), por su robustez y precisión. Un sextante, un reloj, un almanaque náutico y unas tablas o calculadora de bolsillo para resolver el triángulo de posición, son suficientes para calcular la posición en base a la observación de los astros.

Es más, existe en el mercado gran variedad de software específico para descargar al navegante de la tarea más tediosa, y sujeta a errores, de este tipo de navegación, como son los cálculos necesarios para obtener una recta de altura; un PC portátil a bordo puede hacer las veces del almanaque náutico y las tablas, dejando al navegante la labor más creativa de utilizar el sextante, el cronometro y analizar los resultados para obtener una posición precisa.

Un poco de historia

Hasta el siglo XVI la navegación se efectuaba fundamentalmente a la vista de la costa. La práctica de la estima empleando la aguja náutica y la corredera, (muy imprecisa), unidos a la experiencia, hacían de la navegación todo un arte. En los viajes a través de la costa africana el rumbo seguido tiene una fuerte componente norte/sur, por lo que el conocimiento de la latitud es suficiente para la recalada en el puerto de destino.

Con el viaje de Colón al nuevo mundo, la navegación de altura irrumpe en el Atlántico, y son precisas nuevas técnicas de posicionamiento. La componente predominante del rumbo para atravesar el océano pasa a ser este/oeste, con lo cual el desconocimiento de la longitud comienza a ser un serio problema.

Los instrumentos empleados en navegación astronómica van evolucionando y haciéndose cada vez más sofisticados: el kamal, el astrolabio, el cuadrante, la ballestilla, el cuadrante de Davis, el quintante, etc.

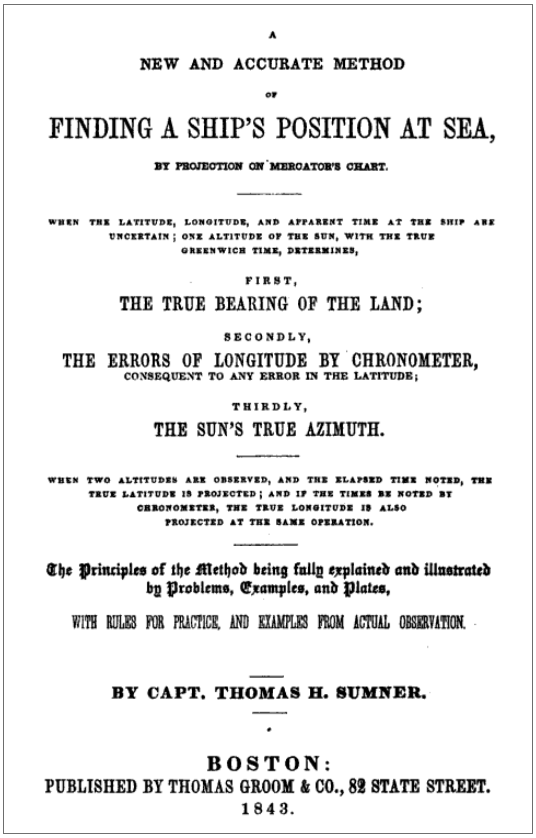
Los métodos empleados para hallar la latitud se basan en medir la altura de la Polar en los crepúsculos, y del Sol al mediodía. Para el cálculo es necesario además el conocimiento de la declinación del astro.

Para resolver el problema de la longitud el gobierno británico constituye el *Board of Longitude*. Figuras como Nevil Maskelyne y José de Mendoza y Ríos desarrollan el método de las distancias lunares.

Es a partir de la segunda mitad del siglo XVIII cuando la navegación astronómica se empieza a desarrollar plenamente dado que los factores que la condicionan alcanzan la madurez suficiente para ello. Los avances en mecánica celeste propician la elaboración de efemérides astronómicas cada vez más precisas que finalmente dan lugar al nacimiento del *Almanaque Náutico*. La introducción de la óptica en el diseño de los instrumentos de navegación y la mejora de las técnicas de fabricación desembocan en la comercialización de instrumentos precisos como el octante (Hadley) y el sextante, para medir la altura. John Harrison inventa el cronometro marino, lo que permite calcular la longitud. Y ya en el siglo XIX, el avance en las matemáticas y la ciencia aplicadas a la navegación, facilitan nuevos métodos de calculo, que se hacen factibles a bordo con la publicación de tablas que simplifican la labor al navegante a la hora de calcular la posición por medio de los astros.

El descubrimiento de la línea de posición por el capitán Sumner y el perfeccionamiento y generalización del método por Marcq de Saint Hilaire abren una nueva era en la navegación astronómica en el siglo XIX.

Octante de Hadley, siglo XVIII. Imagen cedida por el Real Instituto y Observatorio de la Armada en San Fernando, Cádiz, España. (Nº INV. ROA: 0061/I) http://www.roa.es



A
NEW AND ACCURATE METHOD
OF
FINDING A SHIP'S POSITION AT SEA,
BY PROJECTION ON MERCATOR'S CHART.

WHEN THE LATITUDE, LONGITUDE, AND APPARENT TIME AT THE SHIP ARE UNCERTAIN; ONE ALTITUDE OF THE SUN, WITH THE TRUE GREENWICH TIME, DETERMINES,

FIRST,
THE TRUE BEARING OF THE LAND;
SECONDLY,
THE ERRORS OF LONGITUDE BY CHRONOMETER,
CONSEQUENT TO ANY ERROR IN THE LATITUDE;
THIRDLY,
THE SUN'S TRUE AZIMUTH.

WHEN TWO ALTITUDES ARE OBSERVED, AND THE ELAPSED TIME NOTED, THE TRUE LATITUDE IS PROJECTED; AND IF THE TIMES BE NOTED BY CHRONOMETER, THE TRUE LONGITUDE IS ALSO PROJECTED AT THE SAME OPERATION.

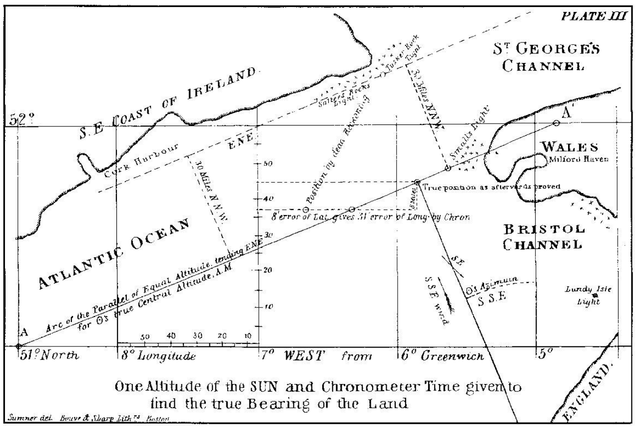
The Principles of the Method being fully explained and illustrated by Problems, Examples, and Plates,

WITH RULES FOR PRACTICE, AND EXAMPLES FROM ACTUAL OBSERVATION.

BY CAPT. THOMAS H. SUMNER.

BOSTON:
PUBLISHED BY THOMAS GROOM & CO., 82 STATE STREET.
1843.

El descubrimiento de la línea de posición. Sumner.



Históricamente los métodos más importantes empleados en la navegación astronómica son:

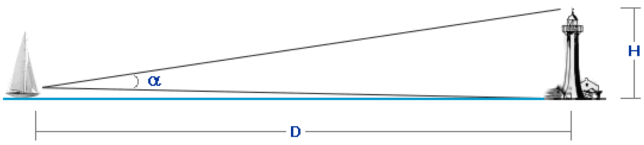
- Latitud por la altura de la estrella Polar.
- Latitud por altura meridiana de un astro.
- Circunmeridiana.
- Distancias Lunares, *hora y longitud.*
- *Método de la doble altitud.*
- *Longitud por altura meridiana de un astro, alturas correspondientes.*
- *Longitud conocida la hora del cronómetro y la latitud. Time sight.*
- Recta de altura Sumner.
- Recta de altura Marcq St.Hilaire.

Fundamentos

El objeto de la navegación astronómica es obtener la posición en la superficie de La Tierra por medio de la observación de los astros; principalmente el Sol, la Luna, y algunas estrellas y planetas (Venus, Marte, Saturno y Júpiter).

La técnica se basa en que los astros se mueven regidos por unas leyes físicas muy precisas, por lo que es posible calcular la posición exacta del astro observado en un instante de tiempo dado. Así conociendo las posiciones de dos o más astros en el cielo, y midiendo el ángulo entre estos y el horizonte visible con un sextante, se puede determinar la posición del observador.

Para ilustrar el procedimiento empleado, supongamos que estamos navegando cerca de la costa, el Sol empieza a ponerse y deseamos situarnos antes de que la noche nos envuelva y no podamos distinguir con nitidez el perfil de la costa que permite orientarnos, para ello buscamos la luz de un faro.



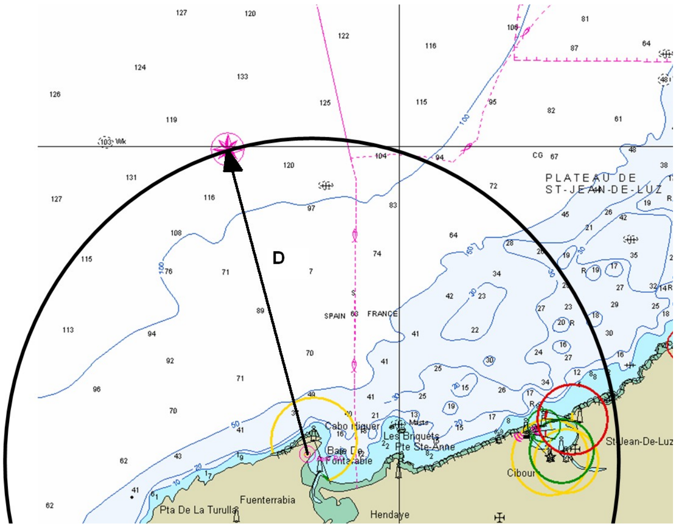
Distancia a un objeto de la costa.

Si medimos el ángulo α con el sextante, y obtenemos la altura del faro H sobre el nivel del mar en la carta náutica o el libro de faros, aproximadamente la distancia a él es:

$$D = \frac{H}{\tan\alpha}$$

Nuestra posición esta el algún lugar de una circunferencia de radio D, y centro el faro, que recibe el nombre de **Círculo de Posición, CoP**.

Con una segunda observación, se obtiene otro círculo de posición. El punto de intersección de ambos es la posición buscada. Ocurre que dos círculos se pueden cortar en dos puntos, dando dos posibles situaciones, por lo que la posición estimada u otra tercera observación solventan esta incertidumbre.



Círculo de posición referente al faro en la carta náutica.

Usando este concepto básico, si en vez de la luz de un faro se observa un astro, y se mide el ángulo entre éste y el horizonte, se obtiene una línea de posición llamada círculo de altura, utilizada en navegación astronómica.

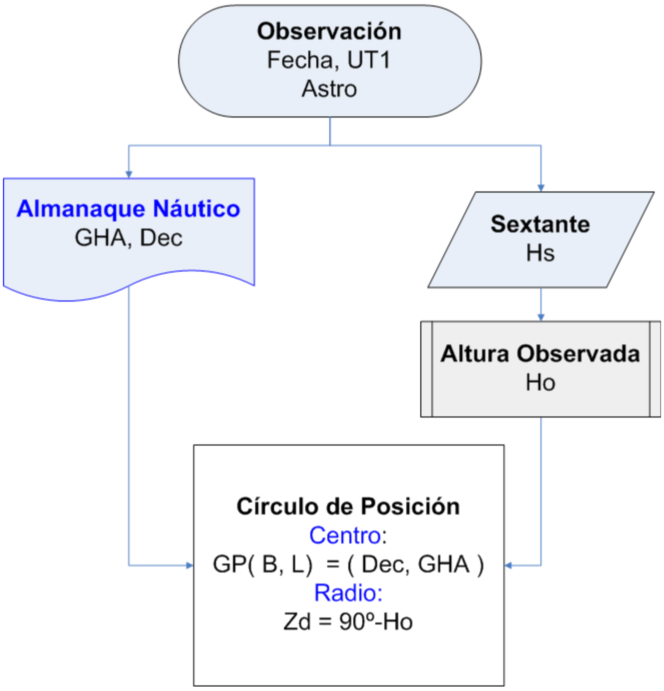
En el caso del faro, la técnica explicada para calcular nuestra posición se encuadra dentro de la navegación costera, en dónde la posición del faro es conocida y las líneas de posición se trazan en la carta náutica. Utilizando la analogía anterior, en navegación astronómica, la posición del astro también es conocida, pero no es fija como la del faro; se mueve en el firmamento siguiendo las leyes de la mecánica celeste. La proyección del astro sobre la superficie terrestre recibe el nombre de **polo de iluminación del astro**, y es el centro del círculo de altura, su radio es la distancia cenital.

Círculo de posición o de alturas iguales

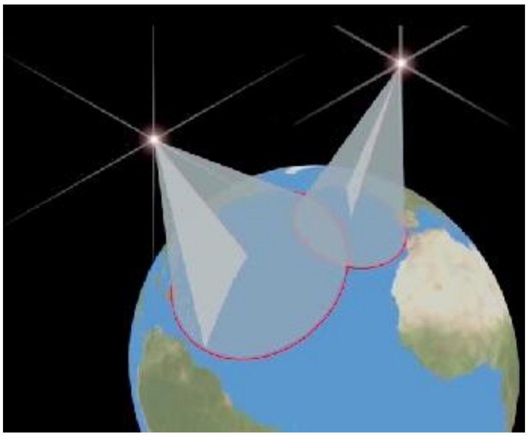
- Centro: (Latitud, Longitud) = (Dec, GHA)
- Radio = 60 (90º – Ho) millas náuticas

donde Dec es la declinación, GHA es el ángulo horario en Greenwich del astro, y Ho es la altura observada, es decir, la altura medida con el sextante corregida de error de índice, depresión del horizonte, refracción, paralaje y semidiámetro.

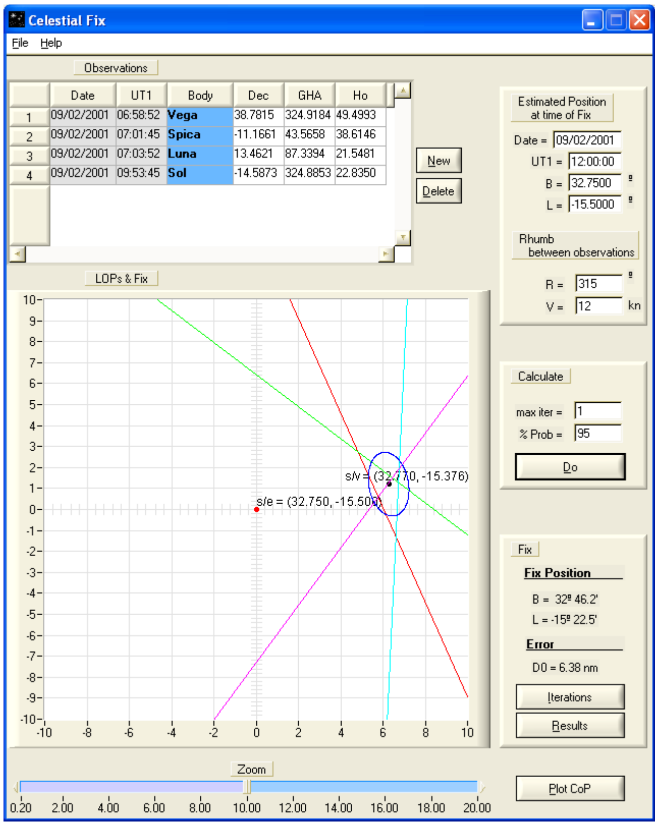
Círculo de Altura



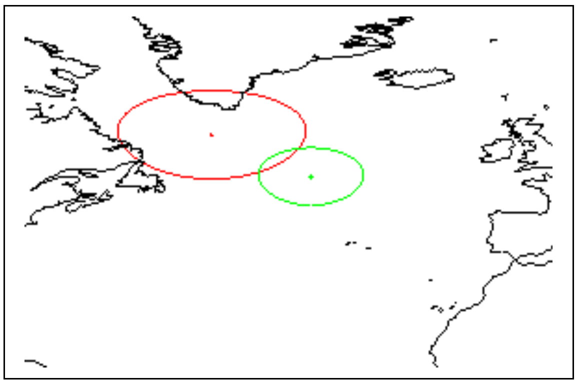
Parámetros del Círculo de Altura.



Círculos de posición correspondientes a dos observaciones simultaneas a dos astros distintos.



Posición por cuatro rectas de altura, y elipse de confianza.



Círculos de posición sobre la carta mercatoriana.

En general el radio del CoP es muy grande, por lo que es impracticable trazarlo en la carta náutica, además si la carta es de proyección mercatoriana, una circunferencia sobre la esfera terrestre queda deformada en ella.

La posición se puede hallar gráfica o analíticamente:

- Utilizando la carta náutica se traza la tangente al CoP desde un punto aproximado a nuestra posición verdadera. Esta nueva línea de posición aproximada recibe el nombre de **Recta de Altura**, la intersección de dos o más RA nos da nuestra posición.
- Existen gran variedad de métodos matemáticos para hallar la posición por intersección de círculos de altura o RA, casi todos ellos utilizan el método de los mínimos cuadrados para hallar la posición más probable. Esto hace innecesario el trazado de las líneas de posición en la carta.

Proceso

En la práctica, la rutina de obtención de la posición por medio de los astros en el mar conlleva una serie de pasos:

- Se identifica un astro favorable para la observación.
- Se mide su altura sobre el horizonte con el sextante: Hs.
- Se corrige la altura: Hs → Ho
- Se obtiene las coordenadas del astro en el almanaque náutico: Dec y GHA.
- Se repite el proceso para varias observaciones.
- Si las observaciones no son simultáneas, se reducen todas al mismo instante, teniendo en cuenta el movimiento del observador. (Hay diversos métodos de trasladar la recta de altura o el círculo).
- Se obtiene la posición gráficamente en una carta en blanco o analíticamente.
- Se traslada la posición así obtenida a la carta náutica: s/o. Observando el error en la posición y la cercanía de posible peligros.
- Se corrige la derrota si procede.

Observaciones con el sextante

El Sextante - breve descripción

Lectura de su graduación

Corrección de índice

- Sol
- Planetas
- estrella
- Altura meridiana

Corrección de la altura del sextante

La navegación astronómica se basa en obtener la posición en base a la observación de los astros; midiendo su altura respecto al horizonte, o su complemento la distancia cenital. Esta altura se obtiene con un instrumento que en el mar es el sextante, y en tierra puede ser un teodolito. Sea como fuere su obtención, es necesario aplicar a la medida obtenida una serie de correcciones para obtener una altura reducida al centro de la Tierra y libre de efectos como la refracción debida a la atmósfera terrestre.

Sextante con pie metálico, siglo XVIII Stancliffe London 1790. Imagen cedida por el Real Instituto y Observatorio de la Armada en San Fernando, Cádiz, España. (Nº INV. ROA: 0026/I) http://www.roa.es

A continuación se describen las fórmulas empleadas en la obtención de las distintas correcciones a aplicar a la altura instrumental, cuyos valores están tabulados en el *Almanaque Náutico*.

Variables

Hs	Altura instrumental
IE	Error instrumental o de índice
Dip	Depresión del horizonte
H	Altura aparente
HP	Paralaje horizontal
PA	Paralaje en altitud
SD	Semi-diámetro
Ho	Altura observada
R	Refracción atmosférica
P	Presión atmosférica
T	Temperatura

Correcciones a la Altura Instrumental

Se deben hacer varias correcciones a la altura del astro, **Hs**, medida con el sextante, para obtener la altura observada, **Ho**, necesaria para obtener el círculo de alturas iguales o el determinante de la recta de altura del astro.

Estas correcciones tiene en cuenta:

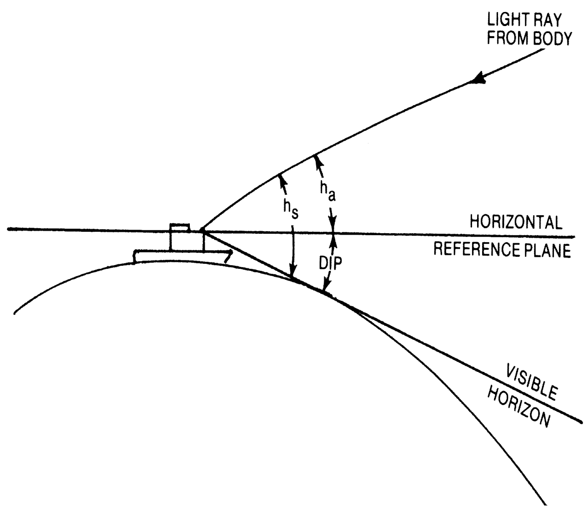
- Errores intrínsecos al sextante: **IE**
- La altura del ojo del observador
- Ajuste de la lectura equivalente en el centro de La Tierra, y en el centro del astro.
- La refracción debida a la atmósfera terrestre
- Otros.

Corrección por Depresión del Horizonte

Tiene en cuenta la diferencia entre los horizontes celeste y visible, debido a la altura del ojo del observador

Dip = 0.0293 * SQRT(h) [º]

h: altura del ojo del observador sobre el nivel del mar, [m]



Altura del sextante, altura aparente y corrección Dip.

Altura Aparente

Es la altura medida con el sextante corregida del error de índice, y del debido a la altura de ojo del observador:

H = Hs + IE - Dip

Corrección por Refracción

Para la atmósfera terrestre standard:

- T = 10ºC
- P = 1010 mb

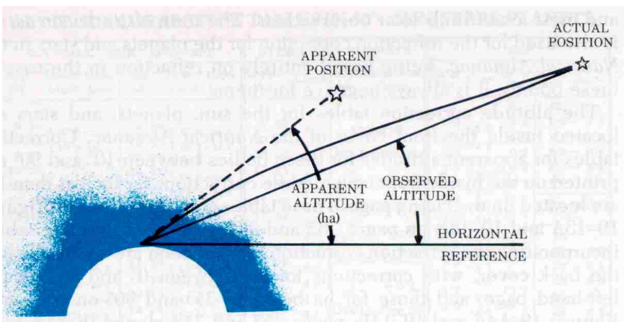
el valor de la refracción es (G. G. Bennett, 1982, Journal of the Institute of Navigation, volume 35, page 255.):

Ro = 0.0167 / (tan (H + 7.31) / (H + 4.4)) [º]

Si la observación se efectúa bajo condiciones no estándares de T y P:

f = 0.28 * P/ (T+ 273)

R = f * Ro



Efecto de la refracción atmosférica.

Correcciones Adicionales

Para una estrella: Ho = H - R

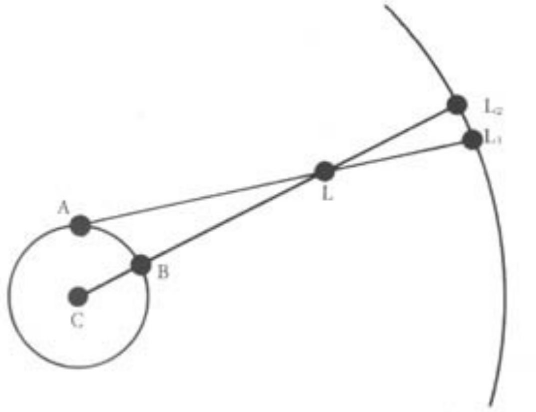
Correcciones adicionales para el Sol, La Luna, y los planetas:

- Paralaje horizontal (Sol, La Luna, Venus, y Marte)
- Semidiámetro del astro (Sol, La Luna)
- Aumento del Semidiámetro (La Luna)

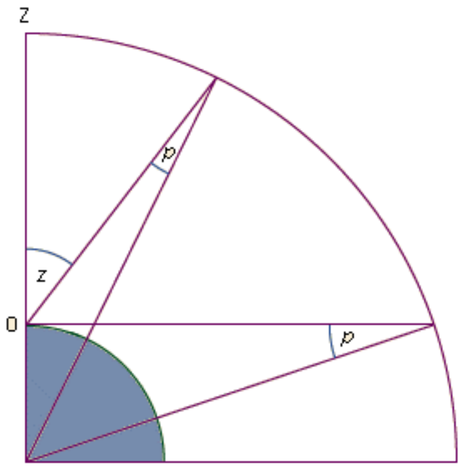
Corrección por Paralaje

La paralaje es la diferencia de los ángulos que forman con la vertical las líneas dirigidas a un astro desde el punto de observación y desde el centro de la Tierra.

La corrección correspondiente ajusta la lectura equivalente en el centro de La Tierra.



Efecto producido por la paralaje.



Astros afectados: El Sol, La Luna, y los planetas Venus y Marte, principalmente.

Para el Sol aproximadamente:

HP = 0.0024°

Para La **Luna**, se tiene en cuenta además el achatamiento de La Tierra, (Oblateness of the Earth):

OB = 0.0032*(SIN(2B)*COS(z)*SIN(H)-SQ(SIN(B))*COS(H)) [º]

- B: Latitud del observador
- z: Acimut de La Luna

En latitudes medias y para altitudes de la Luna H < 60º, se puede tomar de forma aproximada:

$$OB = - 0.0017 * \cos H$$

La corrección por paralaje viene dada por la expresión:

$$\mathbf{PA = HP * COS(H) + OB}$$

Corrección por Semidiámetro

Ajuste de la lectura equivalente en el centro del astro

Astros afectados: El Sol, La Luna, algunos planetas.

Signo aritmético según el limbo utilizado al medir Hs:

- (+) Limbo inferior
- (-) Limbo superior

Valores aproximados:

- El Sol SD = 16’
- La Luna SD = 0.2724° * HP

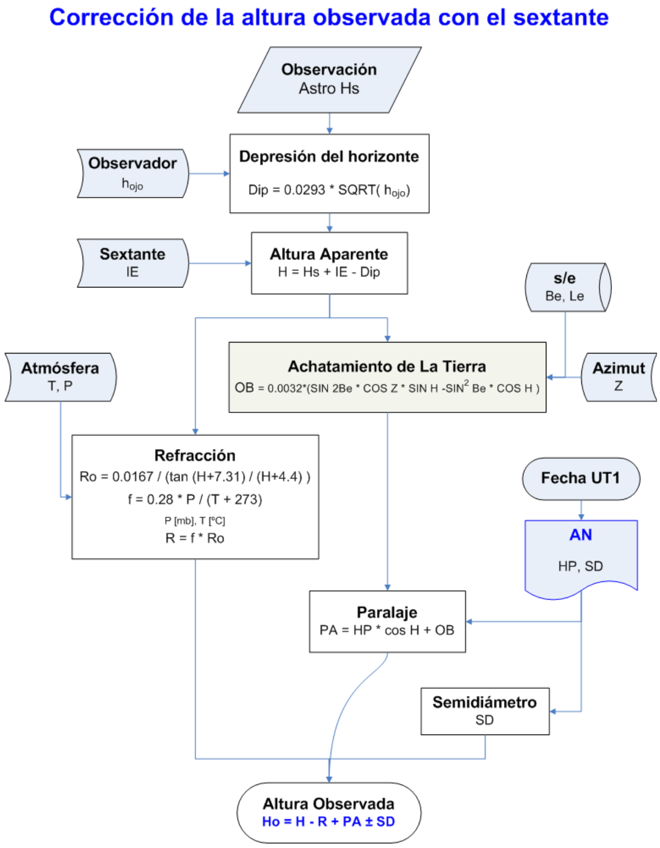
La Altura Observada Ho

A partir de la altura instrumental, se obtiene la altura observada o verdadera, sumando todas las correcciones. Es la altura aparente corregida de refracción y si procede de paralaje y semidiámetro.

$$\mathbf{H = Hs + IE - Dip}$$

$$\mathbf{Ho = H - R + PA \pm SD}$$

Algoritmo

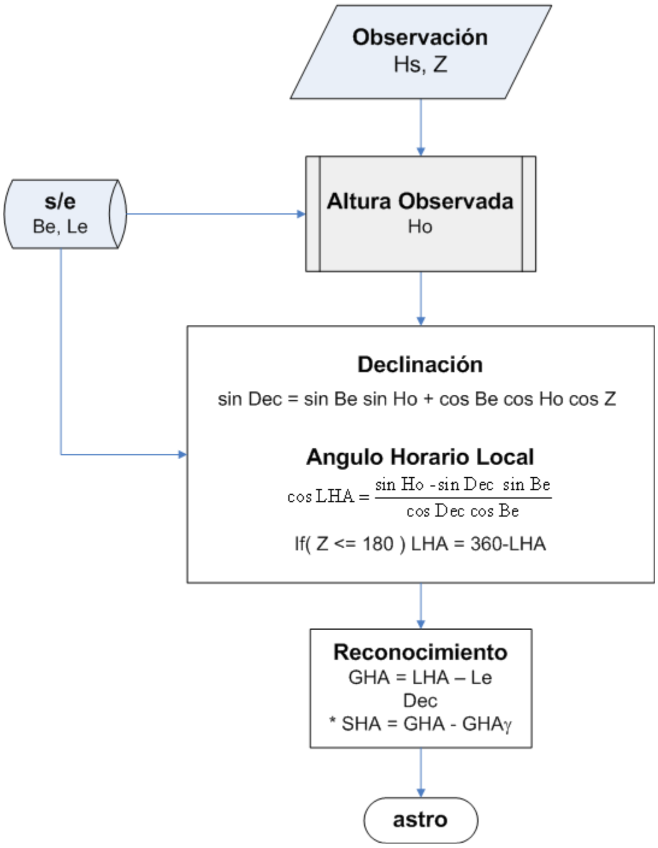


Reconocimiento de astros

El problema se reduce a conocidas la situación de estima del observador, (o la situación exacta), la hora la observación, y la altura y el azimut del astro desconocido, hallar su horario, su declinación e identificarlo.

Es un cambio de coordenadas horizontales a ecuatoriales egocéntricas (horarias).

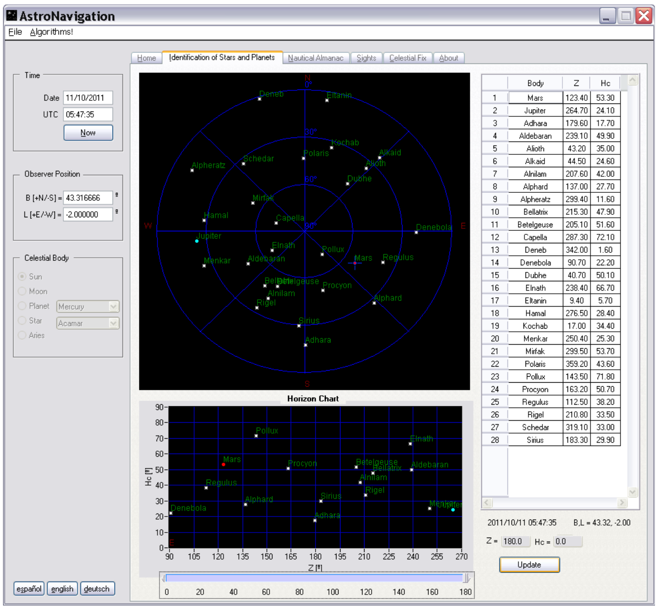
Las ecuaciones empleados para ello son:



Existen diversos útiles que ayudan en esta labor como:

- Tablas para el reconocimiento de los astros.
- Identificadores de astros.
- Software específico.

En la práctica el reconocimiento se efectúa sobre las estrellas, y raramente sobre algún planeta. Es por ello, que si no hay indefinición, se puede utilizar Hs en vez de Ho como simplificación. Como latitud y longitud, necesarias para el cálculo, se toman las de estima, y como azimut, él medido con un compás de marcar, da una precisión más que suficiente para este propósito.



Software para la identificación de astros.

Astro en el meridiano

Al encontrarse el astro en el meridiano superior o inferior, el cálculo se simplifica notablemente:

- meridiano superior: LHA = 0º
- meridiano inferior: LHA = 180º

El error es aceptable en las proximidades del meridiano, es decir cuando su azimut difiera no más de 5º del que tendría en el meridiano.

El círculo de alturas iguales

El lugar geométrico de la esfera terrestre en el cual un observador ve un astro, en un instante determinado, con la misma altura observada, Ho, es una circunferencia de centro el polo de iluminación del astro observado, cuyo radio es el arco de círculo máximo de valor la distancia cenital.

Esta línea de posición curva recibe el nombre de círculo de alturas iguales, o círculo de posición; CoP, cuyos parámetros son:

- Centro = Polo de iluminación del astro: (B, L) = (Dec, GHA)
- Radio = Distancia cenital. zd [nm] = 60*(90º - Ho)

Es la verdadera línea de posición en navegación astronómica. Cualquier punto (B,L) de dicha circunferencia satisface la ecuación:

sin H = cos B cos Dec cos (GHA+L) + sin B sin Dec

donde

Para el observador:

- B - Latitud (-S/+N)
- L - Longitud (-W/+E)

Para el astro observado:

- GHA – Angulo Horario en Greenwich
- Dec – Declinación (-S/+N)
- H – Altura del astro sobre el horizonte

- LHA = GHA + L

Para esta formulación los intervalos son:

-90 [S] ≤ Dec ≤ +90º [N]
0 ≤ GHA ≤ 360º (W to E)
0 ≤ H ≤ 90º
-90 [S] ≤ B ≤ +90º [N]
-180 [W] ≤ L ≤ +180º [E]

El denominación de círculo aplicado a esta línea de posición es incorrecta, al tratarse de una circunferencia, por o tanto en español lo correcto es hablar de “circunferencia de alturas iguales”. Se conserva el apelativo de círculo debido a que en la literatura en ingles, históricamente se le denomina “circle of position” o “circle of equal altitude”

Astro en el zenit

Cuando el astro esta en el zenit su altura es H=90º y el radio del CoP es nulo, degenerando este a un punto, por lo que el observador esta en el GP.

Extremely High Altitude Sights

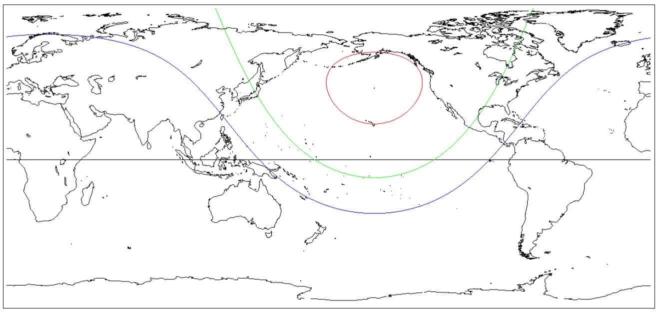
En el caso particular de que la altura sea muy alta H>87º, es posible una solución gráfica. Esto es debido a que el radio del círculo es lo suficientemente pequeño como para despreciar la distorsión producida al ser proyectado en la carta mercatoriana, pudiéndose trazar en ella con un compás.

El error depende de la altura:

Ho	Error
82º	0.7’
84º	0.3’
86º	0.1’

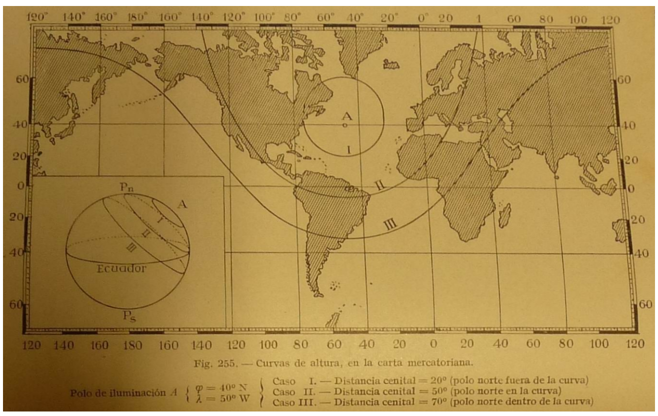
Tipos

Los círculos de altura se pueden clasificar en tres tipos según la posición del polo, siendo su proyección mecatoriana como se aprecia en las figuras siguientes:



Tipos de círculos de alturas iguales.

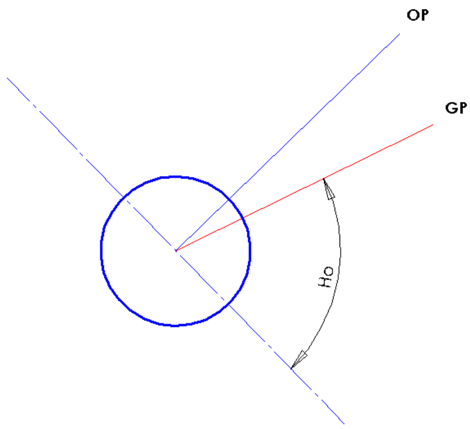
Cop		GHA	Dec	Ho
tipo I	Polo fuera del CoP	155	40	70
tipo II	Polo en el CoP	155	40	40
tipo III	Polo dentro del CoP	155	40	20

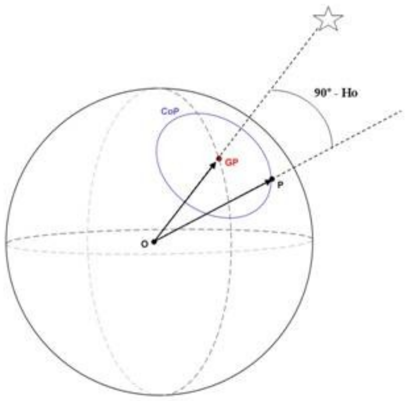


Manual del oficial de derrota. 1932, Burzagli,Grillo.

Ecuación vectorial

Sean los puntos P -posición del observador- en el momento de la observación, y GP -posición geográfica- del astro en el mismo instante; su polo de iluminación. El producto escalar de los vectores definidos por el centro de la Tierra y estos puntos es el coseno del ángulo entre ellos, que es la distancia cenital del astro observado.





La ecuación vectorial del círculo de alturas iguales es:

$$OP \bullet GP = \cos(90^o - H)$$

Donde los dos vectores en coordenadas cartesianas son:

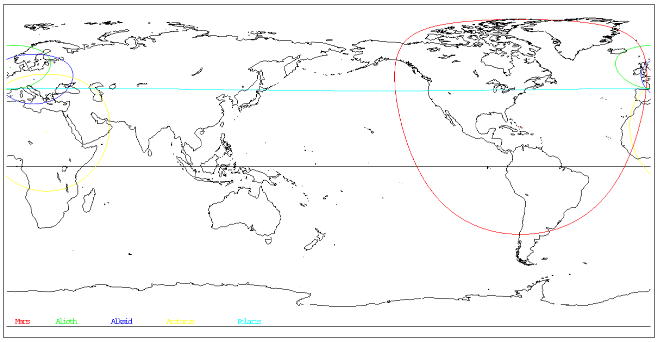
$$\{OP\} = \begin{bmatrix} \cos B \cdot \cos L \\ \cos B \cdot \sin L \\ \sin B \end{bmatrix}$$

$$\{GP\} = \begin{bmatrix} \cos Dec \cdot \cos GHA \\ -\cos Dec \cdot \sin GHA \\ \sin Dec \end{bmatrix}$$

Casos particulares de círculos de altura

Latitud por la altura de la estrella Polar

Debido a las particularidades de la estrella Polaris, el círculo de altura, (correspondiente a una observación de su altura), tiene el centro muy cerca del polo norte geográfico, confundiéndose más o menos con el paralelo de latitud del observador.



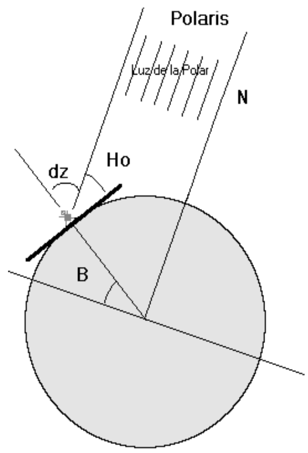
En cyan, CoP de Polaris

De la ecuación del CoP, aplicando las restricciones asociadas a α Ursae Minoris, se deduce que la latitud del observador es aproximadamente la altura de la estrella:

$$\sin H = \sin Dec \sin B + \cos Dec \cos B \cos LHA$$

Dec≈90º y Z≈N

$$\sin H \approx \sin B \rightarrow B \approx H$$



Mediante un desarrollo en serie de Taylor se llega a la expresión utilizada para su cálculo y que corrige el error en la aproximación anteriormente citada:

p = 90º – Dec

B = Ho – p cos LHA + 1/2 p sin p $\sin^2$ LHA tan Ho

Latitud por altura meridiana de un astro

Este método es uno de los más simples y fiables que puede usar el navegante.

Al mediodía el triángulo de posición degenera en un arco de meridiano, con lo que el cálculo se simplifica notablemente:

Paso por el meridiano superior del lugar

LHA = 0º

La ecuación del círculo de altura queda:

$$\sin H = \sin Dec \sin B + \cos Dec \cos B$$

$$\sin H = \cos(Dec - B) = \sin(90 - (Dec - B))$$

H = 90-Dec+B

B= Dec-(90-H), situación que se da para el astro al N del observador (Z = 000º)

$$\sin H = \cos(B - Dec) = \sin(90 - (B - Dec))$$

H = 90-B+Dec

B = Dec+(90-H), situación que se da para el astro al S del observador (Z = 180º)

Paso por el meridiano inferior del lugar

LHA = 180º

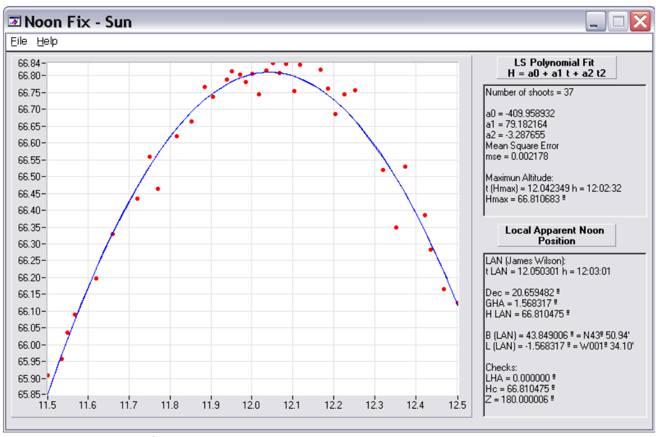
La ecuación del círculo de altura queda:

$$\sin H = \sin Dec \sin B - \cos Dec \cos B$$

El astro es visible si H > 0º

$$\sin H = -\cos(B + Dec) = -\sin(90 - (B + Dec))$$

B = H +cDec = H +90º - Dec



Cálculo de la posición al mediodía.

La principal dificultad del método radica en encontrar el instante del mediodía aparente local. Si la variación de la declinación del astro con el tiempo no es muy grande, (estrellas), y el movimiento del observador no introduce un cambio en su latitud apreciable, se puede considerar que el mediodía se produce cuando la altura del astro es máxima. En el caso de que tales supuestos no se den, el método es más complicado. El algoritmo exacto se recoge al final de este capítulo.

Longitud por altura meridiana de un astro

La longitud en el instante del mediodía aparente local es función del tiempo transcurrido desde que el astro pasa por el meridiano cero de Greenwich.

El astro comúnmente utilizado es el Sol. Recibiendo esta técnica el nombre de: *Longitud por alturas correspondientes.*

El cálculo de la longitud al mediodía es muy simple, distinguiéndome dos casos:

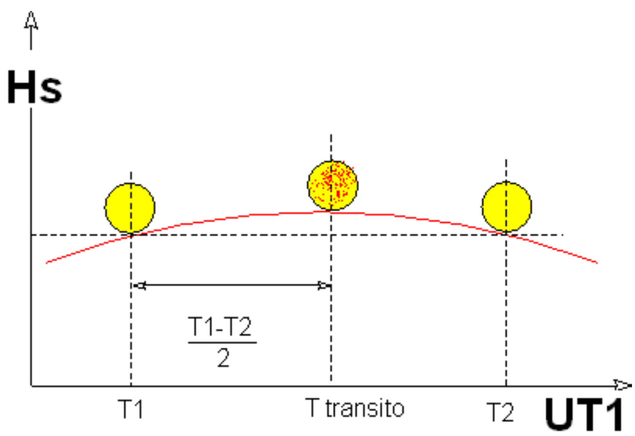
Tránsito por el meridiano superior

LHA = GHA + L = 0º → L = GHA

Tránsito por el meridiano inferior

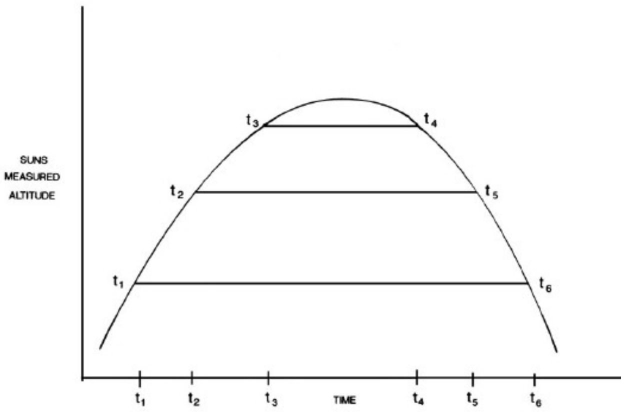
LHA = GHA + L = 180º → L = 180º – GHA

La dificultad intrínseca al método, al igual que en el caso de la latitud, está en encontrar el instante del mediodía aparente local (*LAN Local Apparent Noon*): L = f(GHA(hora LAN)).



Hora de tránsito

Teniendo en cuenta las mismas consideraciones que para el cálculo de la latitud. La hora de Tránsito se suele calcular como se indica.



Hora de tránsito por alturas correspondientes

Se fijan tres alturas con el sextante y se mide la hora en que se alcanzan antes y después del mediodía. Suponiendo simétrica la curva respecto al mediodía, se obtiene el instante en que se produce:

$$TA = (t1+t6)/2$$

$$TB = (t2+t5)/2$$

$$TC = (t3+t4)/2$$

$$LAN = (TA+TB+TC)/3$$

El error en la longitud esta íntimamente unido a la precisión con la que se obtiene la hora del mediodía.

Longitud conocida la hora del cronómetro y la latitud.

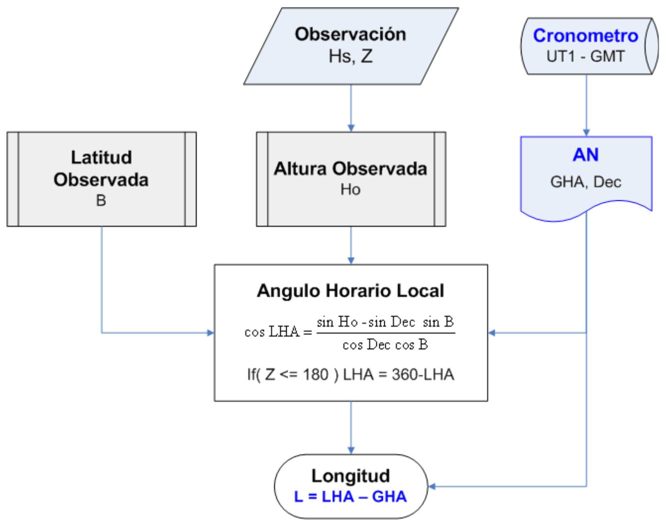
-Time Sight-

Cuando la hora a bordo pueda ser obtenida de forma precisa por medio de un cronometro marino, y se haya obtenido previamente la latitud por otro medio, es posible calcular la longitud directamente a partir de otra observación:

Si la latitud, B, es conocida en ángulo horario local, LHA, puede ser hallado mediante la fórmula:

$$\sin H = \sin DEC \sin B + \cos DEC \cos B \cos LHA$$

Longitud – Time Sight



Geométricamente representa la intersección del círculo de alturas iguales con el paralelo de latitud.

La recta de altura

En navegación astronómica la línea recta, llamada recta de altura, RA, es en realidad una aproximación al círculo de posición en el entorno cercano a la situación verdadera del observador, en donde se confunde arco y cuerda o arco y tangente. La situación se obtiene por intersección de dos o más rectas de altura como aproximación a la intersección de los correspondientes CoPs. Este ingenioso artificio matemático permite simplificar notablemente los cálculos para obtener la posición, pudiéndose resolver el problema de forma gráfica sobre la carta náutica mercatoriana.

El **determinante** de una recta de altura es el conjunto de datos necesarios para definirla unívocamente.

Hay dos clases de rectas de altura:

1. Las secantes al CoP.
2. Las tangentes al CoP.

Las secantes tiene dos puntos en común con el CoP, y las tangentes tienen únicamente uno.

En las *secantes* el determinante esta constituido por dos puntos del CoP cercanos a la posición estimada. Hay dos tipos:

1. Recta Sumner o secante por corte con los paralelos.
2. Secante por corte con los meridianos.

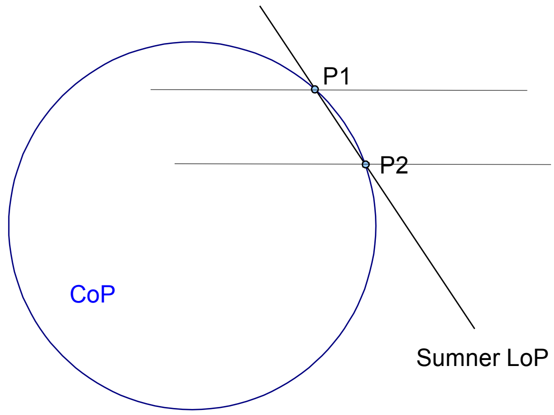
En las *tangentes,* el arco de CoP cercano a la posición del observador se sustituye por la loxodrómica tangente al CoP. Dicha línea es normal al azimut.

Hay tres tipos:

1. Tangente Johnson, (método de la longitud).
2. Tangente Borda (tangente cerca del meridiano, método de la latitud).
3. Tangente Marcq de Saint-Hilaire, (tangente punto aproximado).

Por su generalidad, simplicidad y robustez, hoy en día se utiliza casi exclusivamente la recta Marcq.

La recta Sumner



CoP y recta Sumner.

El método para su obtención es como sigue: dadas la latitud de estima y la altura verdadera observada, se hayan en el almanaque náutico las coordenadas ecuatoriales geocéntricas del astro observado. Se toman dos latitudes de cálculo a partir de la estimada, y se calculan las longitudes de corte de los paralelos elegidos con el círculo de posición.

(Be, Ho)

Almanaque Náutico (fecha, UT1, Astro) → (GHA, Dec)

Be → (B1, B2)   B2-B1 < 1º

B1 = Be - 5/60

B2 = Be + 5/60

(Ho, B1, Dec) → LHA1

(Ho, B2, Dec) → LHA2

cos LHA = (sin Ho - sin Dec sin B)/(cos Dec cos B)

if(Z < 180º) LHA = 360 – LHA

(GHA, LHA1) → L1

(GHA, LHA2) → L2

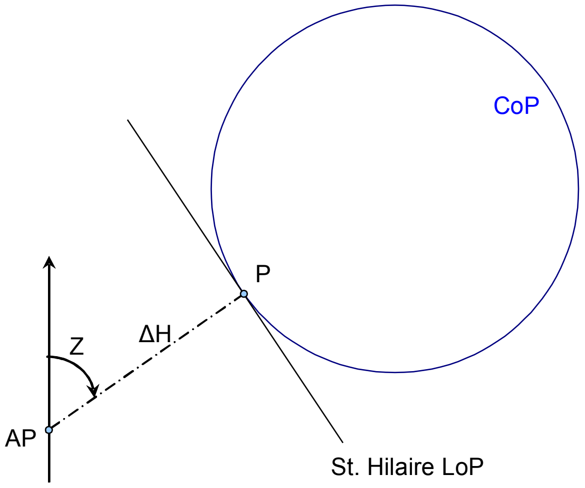
L = LHA – GHA

La recta Sumner queda definida por los puntos así calculados: LoP = P1P2

P1(B1, L1)

P2(B2, L2)

La recta Marcq St. Hilaire



CoP y recta Marcq.

El método de Marcq St. Hilaire (MSH) en navegación astronómica usa la recta tangente al círculo de alturas iguales por un punto cercano a la posición real, se suele tomar la situación estimada s/e u otra más conveniente cercana a esta. El método reduce el problema a la intersección de varias rectas de altura en el plano para obtener la situación.

- Es necesario conocer la posición estimada. Puede ser usada otra posición cercana a la s/e sin error adicional apreciable.
- Este método es aproximado. El único punto en común con el CoP es el de tangencia, definido por el determinante: s/e(Be, Le), (p, Z).

Asumiendo la diferencia de alturas suficientemente pequeña, las coordenadas de ese punto común entre el Cop y la LoP son:

p = (Ho-Hc)
x = p*SIN(Z)
y = p*COS(Z)

B = Be + y
Bm = (Be + B)/2
L = Le + x/COS(Bm)

Cualquier punto en la LoP difiere de su correspondiente en el CoP en una cantidad (Bowditch Table 19 Offsets):

• D - distancia a lo largo de la LoP desde el determinante [nm]

R = (60*180/PI) / TAN(H)
theta = ASIN(D/R)
Offset = R*(1-COS(theta))

La intersección de dos LoPs es un punto que no pertenece a los CoPs, pero que está suficientemente cerca a la solución definida por la intersección de los CoPs. La posición definida por este punto se puede dar por buena sin cometer un error inaceptable en navegación.

El proceso es en realidad iterativo; si se toma como nueva situación estimada el punto obtenido anteriormente y se repite el proceso, se puede mejorar la solución reduciendo el error, estando el nuevo punto obtenido más cerca de la verdadera posición. Si la s/e inicial es suficientemente buena, en la práctica se da por correcta la solución obtenida tras una iteración, (o gráficamente tras un único trazado inicial de las LoP en la carta mercatoriana).

El proceso general para obtener una recta de altura a partir de la observación de un cuerpo celeste comprende una serie de pasos:

- Corregir la altura medida con el sextante, Hs, para obtener la altura observada, Ho.
- Determinar las coordenadas del astro observado: GHA, Dec
- Seleccionar una posición asumida, AP, a partir de la posición de estima, y calcular su ángulo horario local, LHA.
- Obtener la altura calculada y el azimut para la posición asumida. (Se suelen emplear las tablas náuticas, un ordenador o una calculadora).
- Comparar las alturas calculada y observada.
- Trazar la recta de altura

El **determinante** de la recta MSH está constituido por la s/e o posición asumida, la diferencia de alturas y el azimut:

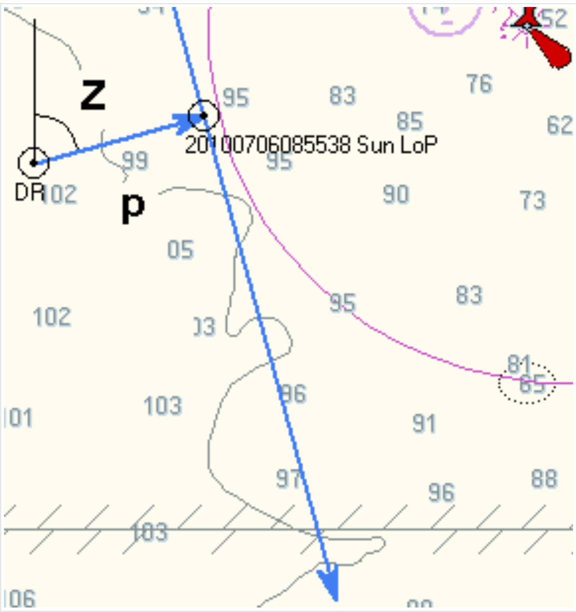
LHA = GHA + Le

sin Hc = sin Be sin Dec + cos Be cos Dec cos LHA

cos Z = (sin Dec - sin Hc sin Be)/(cos Hc cos Be)

if(0 < LHA < 180º) Z = 360 – Z

Para el **trazado** se emplea una carta náutica mercatoriana, generalmente en blanco, o una hoja de ploteo (Universal Plotting Sheet). Se dibuja la posición asumida y partir de ella se traza el azimut del astro, la recta se dibuja perpendicular al azimut llevando sobre este la diferencia de alturas:

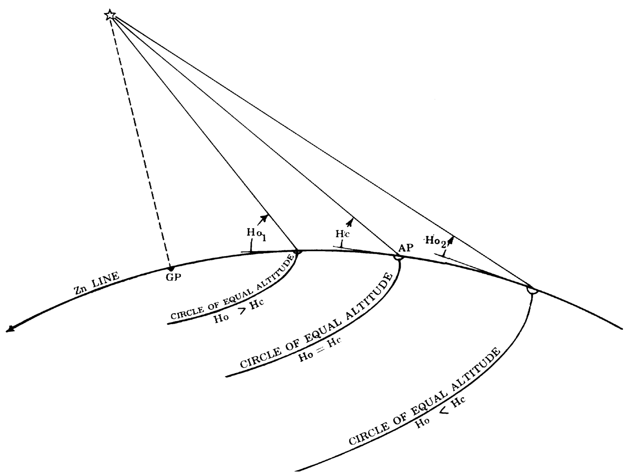


Trazado de la recta de altura.

RA ⊥ Z

p = 60(Ho-Hc) [nm]

- p = +, Ho > Hc: Según Z
- p = -, Ho < Hc: En sentido contrario a Z

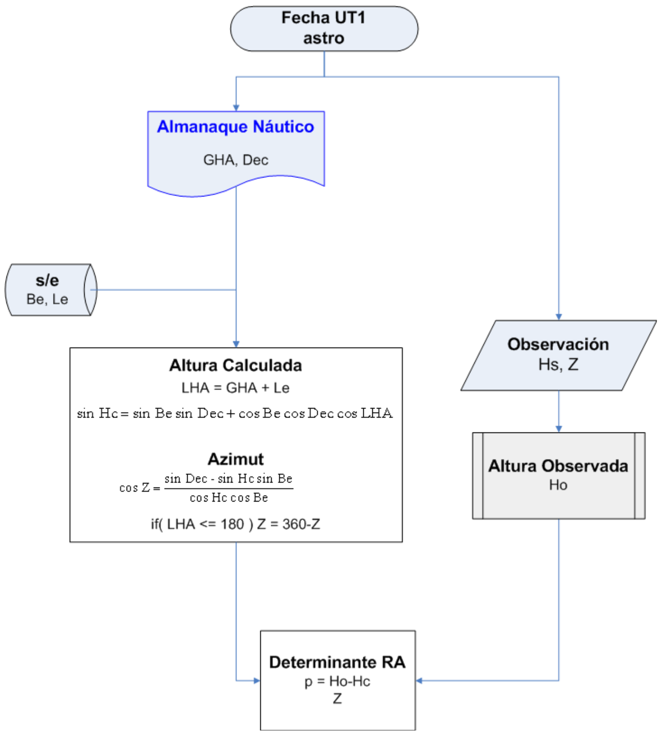


CoP: Ho>Hc Ho=Hc Ho<Hc

Si p es positiva, la recta de altura se traza perpendicular al azimut.

Si p es negativa, la recta de altura se traza desde la posición asumida en dirección opuesta al azimut: según Z+180º.

Determinante Marcq Saint-Hilaire de la recta de altura



Observaciones no simultáneas

Las observaciones pueden ser tomas por varios observadores de forma simultánea, aunque generalmente las toma una sola persona en instantes de tiempo distintos, por lo que deben ser reducidas a un mismo instante; la hora en que se desea obtener la posición observada.

El movimiento del observador

Existen diversas técnicas para tener en cuenta el movimiento del observador entre observaciones. Este queda definido por su derrota: rumbo R y velocidad v.

Se puede mover el un círculo de altura, o la recta de altura.

Ajuste del radio del círculo de altura

Este método aproximado se basa en ajustar la altura manteniendo el azimut:

$$Z(t_1) = Z(t_2)$$

$$d = v*(t_2-t_1)$$

$$Ho(t_2) = Ho(t_1) + d * \cos(R-Z)$$

Es un método muy simple que da buenos resultados siempre que la distancia navegada no sea muy grande.

Ajuste del centro del círculo de altura

Lo correcto es ajustar las coordenadas del polo de iluminación del astro; el centro del CoP.

$dec = dec(t_1)$

$GHA = GHA(t_1)$

$dec(t_2) = f(GHA, dec, Be(t_2), Le(t_2), R, V)$

$GHA(t_2) = f(GHA, dec, Be(t_2), Le(t_2), R, V)$

Existen diferentes métodos para efectuar el traslado exacto de esta línea de posición (Metcalf, Kaplan).

Traslado de una recta de altura - Método gráfico

Se procede de la misma forma que al trasladar líneas de posición en navegación costera: la recta de altura se mueve paralelamente a si misma teniendo en cuenta el rumbo y la distancia navegada.

Traslado de una recta de altura- Método analítico

Una recta MSH se puede trasladar moviendo el punto (B,L) a partir del cual se traza la línea (p,Z), afectándolo del movimiento del observador.

Otra forma utilizada consiste en ajustar la diferencia de alturas p, manteniendo el azimut. Es equivalente a ajustar la altura del CoP.

La situación

Dependiendo del numero de observaciones, n, que intervienen en el cálculo, el problema presenta diversos casos:

n = 2 observaciones - el problema está indeterminado. Matemáticamente es posible obtener dos soluciones, pero no la posición observada. Para ello es necesaria información adicional proveniente de:

- otra observación,
- la posición estimada
- la hora del lugar
- El azimut del astro
- Información aproximada acerca de dónde estamos. (si una solución está en el Sahara y la otra en al Atlántico, ¡está claro!).

n = 3 observaciones - el problema está determinado. No es necesaria la situación de estima.

n >= 4 observaciones – el problema está sobredeterminado. La solución se basa en el método de los mínimos cuadrados y se obtiene la posición más probable.

Soluciones gráficas

Situación por rectas de altura MSH

Una forma muy cómoda de trabajar es trasladar analíticamente las rectas y calcular la situación de forma gráfica:

- A partir de la situación estimada a la hora en que se desea obtener la situación observada s/o, se obtiene la latitud y la longitud en el momento de cada observación, y se utiliza para hallar la altura calculada y el azimut.
- Para calcular la posición se utiliza una hoja de ploteo (Universal Plotting Sheet) utilizando como origen común para el trazado de todas las líneas de posición el centro del diagrama, que corresponde a la situación estimada en el instante de la s/o.

Por ejemplo para dos rectas MSH cuyas alturas se miden en dos instantes de tiempo distintos t_1 y t_2 y es conocida por estima la posición en la última observación, se procede como se indica:

Derrota entre observaciones: R,v

t_1:

- Almanaque náutico → $(GHA,Dec)_1$
- Sextante → Hs_1 → Ho_1

t_2:

- s/e (B_2,L_2)
- Almanaque náutico → $(GHA,Dec)_2$
- Sextante → Hs_2 → Ho_2

Primera recta MSH:

- traslado según el rumbo R , una distancia $d = v^*(t_1-t_2)$
- $(B_1,L_1) = f(B_2, L_2, d, R)$
- $(Hc,Z)_1 = f(Ho_1, dec_1, GHA_1, B_1, L_1)$

Segunda recta MSH:

- $(B_2,L_2) = s/e(t_2)$
- $(Hc,Z)_2 = f(Ho_2, dec_2 ,GHA_2, B_2, L_2)$

Situación en t2:

- Por intersección de las dos RA trazadas a partir de (B_2,L_2)

La bisectriz de altura

Dadas dos rectas de altura, la bisectriz de altura es la recta obtenida de trazar la bisectriz del ángulo formado por los dos acimutes trazados en la intersección de dichas rectas de altura. Su dirección viene dada por:

$$\theta = 1/2(Z_1+Z_2)$$

La bisectriz de altura solo puede ser considerada como una línea de posición cuando no haya errores accidentales en las alturas observadas.

La situación por corte de bisectrices de altura tiene la ventaja de corregir los errores sistemáticos de las observaciones.

Soluciones analíticas

Situación por meridiana y time sight

Este sencillo método tradicional de obtener la posición calculando las dos coordenadas por separado, se basa en dos observaciones; una primera al mediodía donde se haya la latitud por altura meridiana, para posteriormente calcular por medio de un *time sight* la longitud, utilizando la latitud verdadera calculada al mediodía y afectada del movimiento del observador:

Observación Ho_1→ $B(t_1)$

Derrota entre observaciones:

$d = v(t_2-t_1)$

$B(t_2) = B(t_1) + d \cos R$

Observación Ho_2→ $L(t_2)$

Generalmente se emplea el Sol para las dos observaciones.

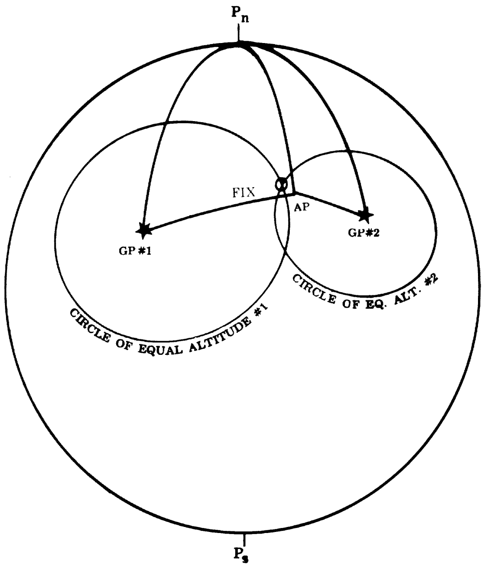
Situación por la polar y time sight

Como anteriormente, se obtiene por separado la latitud, en este caso en base a una observación de la estrella Polaris, y la longitud por otra observación.

Elegido el segundo astro, observable en condiciones favorables, es preferible efectuar la observación en un tiempo no muy lejano de la primera, y evitar de esta forma los errores debidos al rumbo y a la velocidad entre ambas mediciones.

Posición a partir de 2 círculos de altura

Existen diversos métodos que permiten calcular de forma numérica las coordenadas de la intersección de dos círculos de alturas iguales. Entre todos desatacan los siguientes:

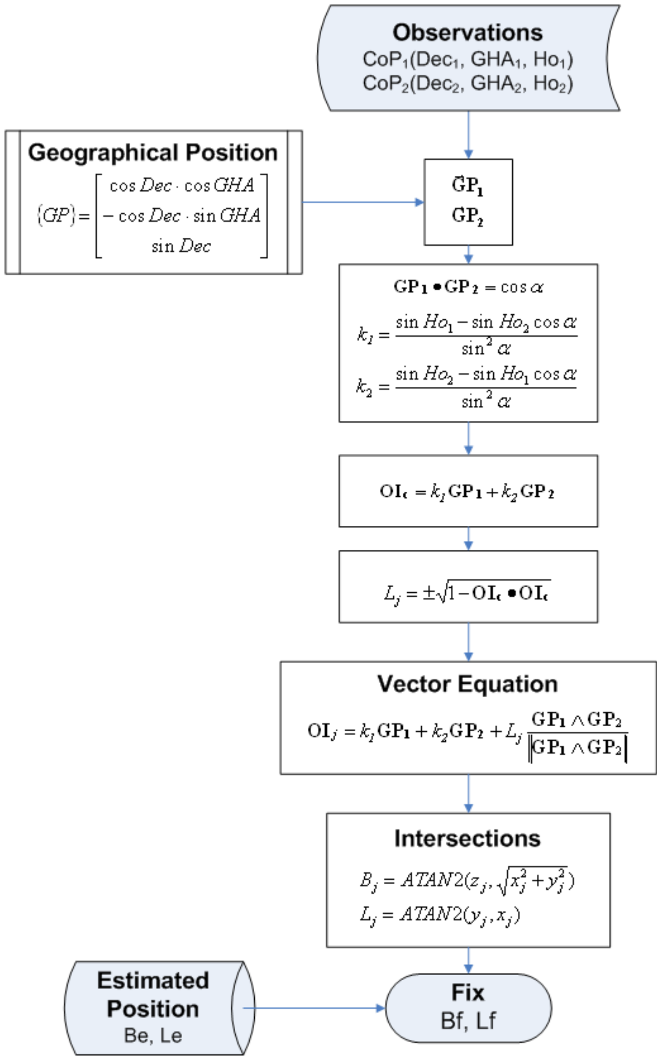


Posición por intersección de 2 CoP.

- Solución trigonométrica. Gauss.
- Solución geométrica. Van Allen.
- Solución Vectorial. Andrés Ruiz.
- Solución iterativa.
- Solución compleja. Robin Stuart.

Solución vectorial

Este método usa el análisis vectorial para el cálculo de la intersección de dos círculos de alturas iguales de forma directa. Es un método compacto robusto y conceptualmente muy claro, que evita las ambigüedades de la trigonométrica esférica.



Posición a partir de n círculos de altura

Métodos generales:

- Sight reduction with matrices. Watkins. and Janiczek.
- On the Overdetermined Celestial Fix. Metcalf.
- Determining the Position and Motion of a Vessel from Celestial Observations. Kaplan
- Méthode du plan des sommets.

Situación por 2 rectas de altura MSH

La posición (B,L) se puede calcular analíticamente como intersección de dos rectas de altura, tomando la posición estimada (Be,Le) como origen de coordenadas cartesianas.

Sean los determinantes de las dos rectas de altura (p1, Z1) y (p2, Z2). Si ambas son simultaneas:

```
a = SIN(Z1)
b = COS(Z1)
c = SIN(Z2)
d = COS(Z2)
x = (p1*d-p2*b)/(a*d-b*c)
y = (p2*a-p1*c)/(a*d-b*c)
B = Be + y/60
L = Le + x/60/COS(B)
```

En el caso más general las dos rectas de altura se obtendrán para instantes de tiempo diferentes: t1 y t2. Sean R y d, el rumbo y la distancia navegada entre t1 y t2. La primera recta de altura RA1(t1), tiene que ser trasladada al instante de la segunda observación; RA1(t2), ajustando la diferencia de alturas:

d = V (t2-t1)

p1(t2) = p1(t1) + d cos(R-Z1)

Situación por n rectas de altura – LS

Se presenta en este epígrafe una generalización de la situación por rectas de altura MSH. El algoritmo usa el método de los mínimos cuadrados para determinar la posición a partir de tres observaciones.

Si pi y Zi, (i=1,n), son la diferencia de alturas y el azimut para la observación i:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \cos^2 Z_i \qquad D = \sum_{i=1}^{n} p_i \cos Z_i$$

$$B = \sum_{i=1}^{n} \cos Z_i \cdot \sin Z_i \qquad E = \sum_{i=1}^{n} p_i \sin Z_i$$

$$C = \sum_{i=1}^{n} \sin^2 Z_i \qquad F = \sum_{i=1}^{n} p_i^2$$

$$G = A\ C - B^2$$

se calculan los coeficientes anteriores, y se obtiene una mejora de la posición estimada:

$$B = Be + (C * D - B * E) / G$$

$$L = Le + (A * E - B * D) / (G * \cos Be)$$

El algoritmo es iterativo, y permite volver a mejorar la posición obtenida hasta que la solución converja, sustituyendo la posición estimada por la anteriormente obtenida.

$$Be = B$$

$$Le = L$$

El error; la distancia entre la posición estimada y la posición mejorada, en millas náuticas, es:

$$d = 60 * SQRT[(L - Le)^2 * \cos^2 Be + (B - Be)^2]$$

Casos especiales

Método de la doble altitud

LatitudeBySimultaneousDoubleAltitudes()

Latitude by double altitudes and elapsed time.worksheet.doc

Latitud por dos alturas cuando la hora tiene un error

Posición por altura y azimut simultáneos del mismo astro

Es teoría es posible situarse por la observación simultanea de la altura y del azimut de un astro. Conceptualmente se trataría de la hallar la intersección del circulo de alturas iguales con el arco de azimut trazado desde el polo de iluminación del astro.

(B, L) = f(H, Z)

La longitud se calcula a partir del ángulo en el polo y del ángulo horario en Greenwich.

t = ASIN(SIN(Z)*COS(Ho)/COS(Dec))

La latitud se obtiene a partir de la siguiente expresión:

B = ASIN((SIN(Ho)*SIN(Dec)-COS(Ho)*COS(Dec)*COS(t)*COS(Z))/(1.0-COS(Ho)*COS(Dec)*SIN(t)*SIN(Z)))

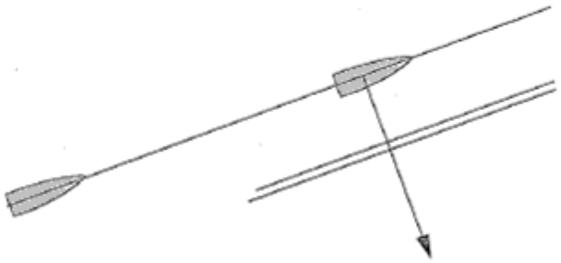
La utilidad práctica de este caso se reduce a aplicaciones astronómicas o militares y no tiene interés en navegación marítima debido a la imposibilidad de medir a bordo, con los medios tradicionales, el azimut de un astro con la precisión requerida.

Utilidad de una recta de altura

Una sola recta de altura, no es suficiente para obtener la situación, pero es muy útil en determinadas ocasiones por la información que proporciona al compararla con la estima.

Error en el rumbo - Recta de dirección

Observando un astro que esté por el través se obtiene una recta de altura llamada recta de dirección, que proporciona el error en el rumbo.

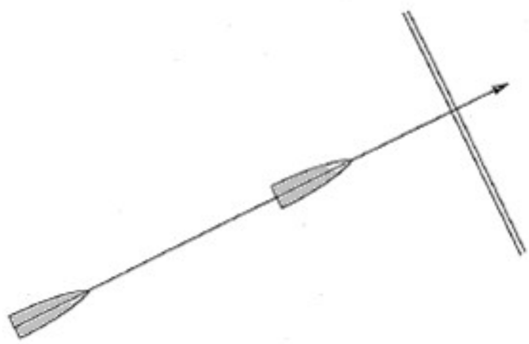


Recta de dirección

Es de utilidad cuando el gobierno del buque se ve afectado por corrientes y/o vientos, o no se conoce la corrección total, de forma que hay una incertidumbre en al rumbo de fondo que sigue el barco.

Error en la distancia navegada - Recta de velocidad

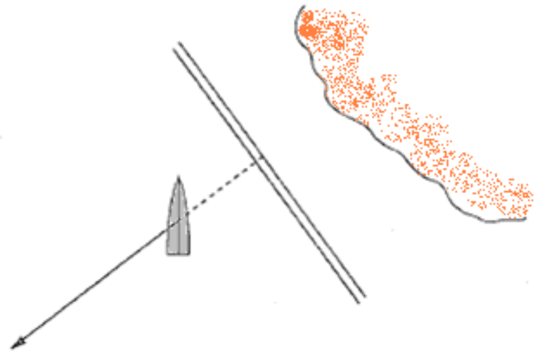
Observando un astro según la dirección de la derrota, ya sea por proa o por popa, se obtiene una recta de altura llamada recta de velocidad, que nos señala el error en distancia respecto a la posición estimada.



Recta de velocidad

Distancia a la costa

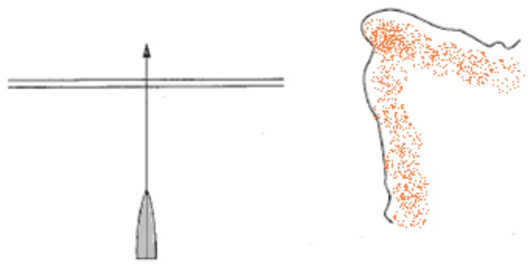
Observando un astro cuyo azimut sea perpendicular a la dirección de la costa, se obtiene una recta de altura paralela a la línea de costa, que proporciona la distancia a ésta.



Distancia a la costa por una recta de altura

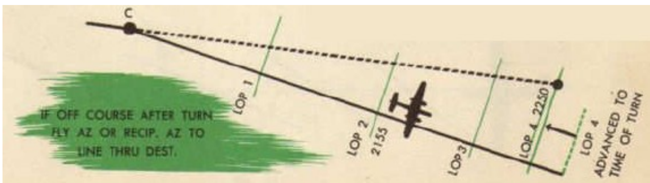
Recta de recalada

Cuando se navega siguiendo la costa, observando un astro que se encuentre en la dirección de esta, se obtiene una recta de altura perpendicular a la costa que nos indica la distancia que falta para cambiar el rumbo.



Recalada y recta de altura

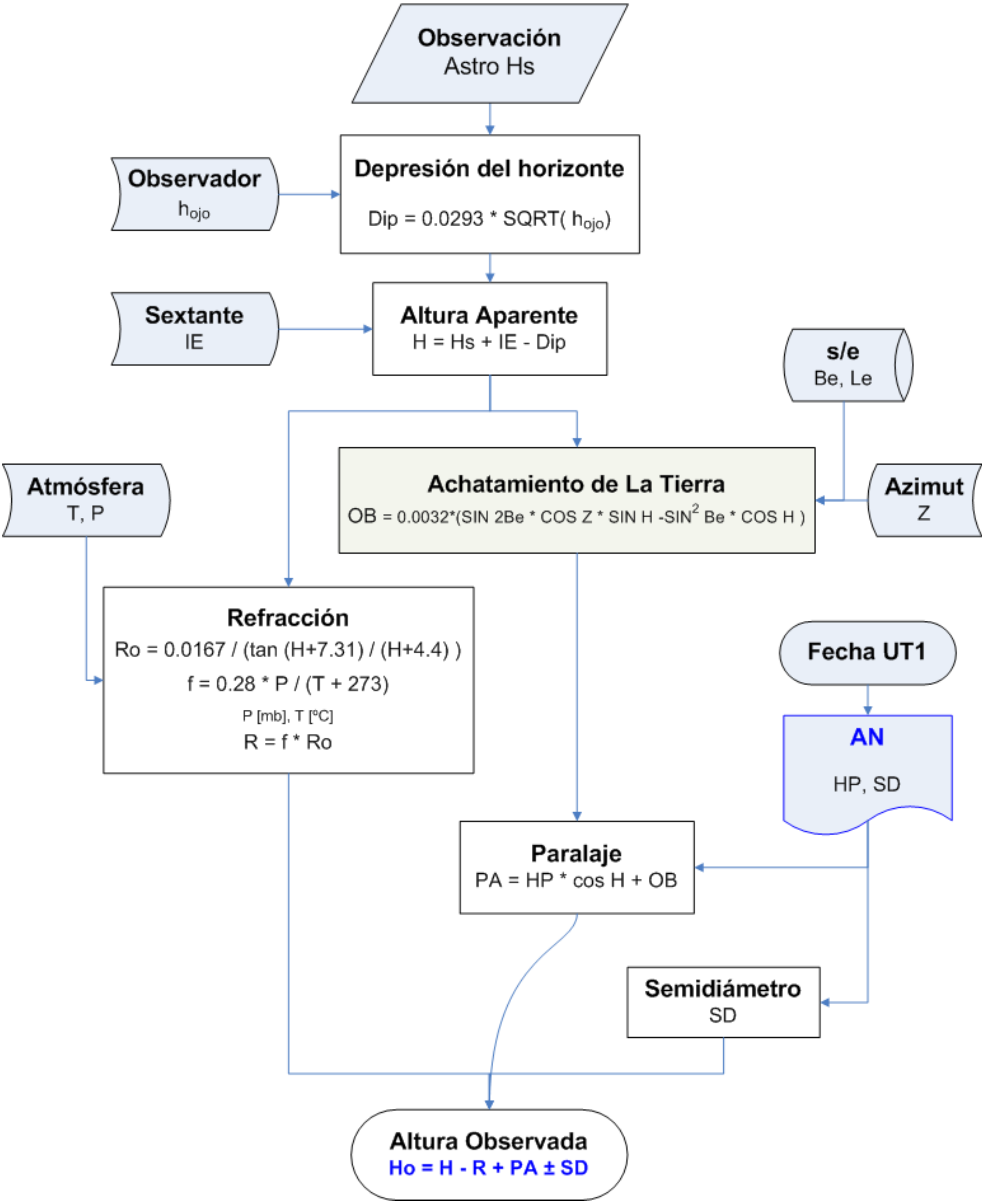
En navegación aérea se empleaba este tipo de recta como recta de aterrizaje.



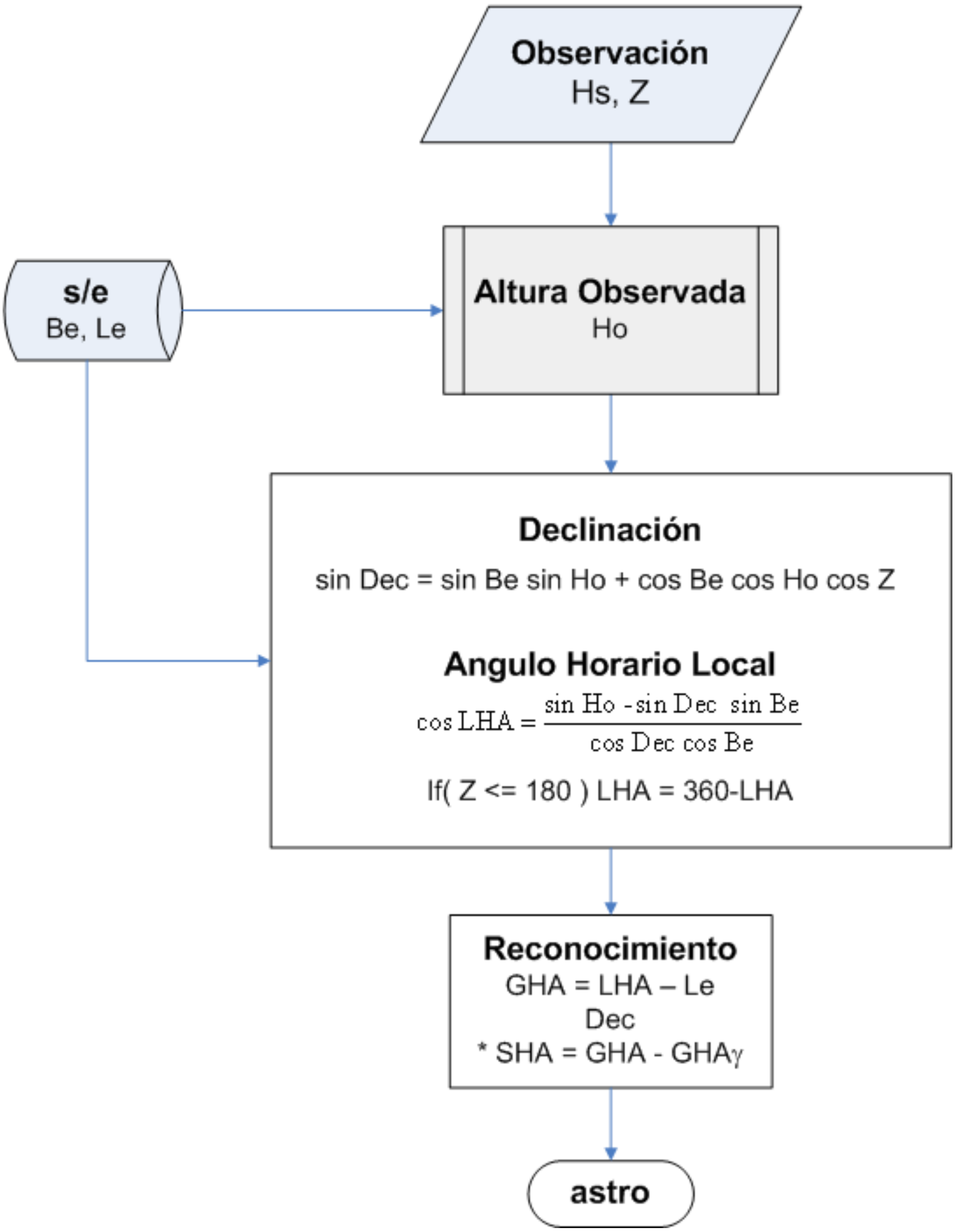
Landfall procedure.
Army Air Forces Collection - 1944 Air navigation

Algoritmos

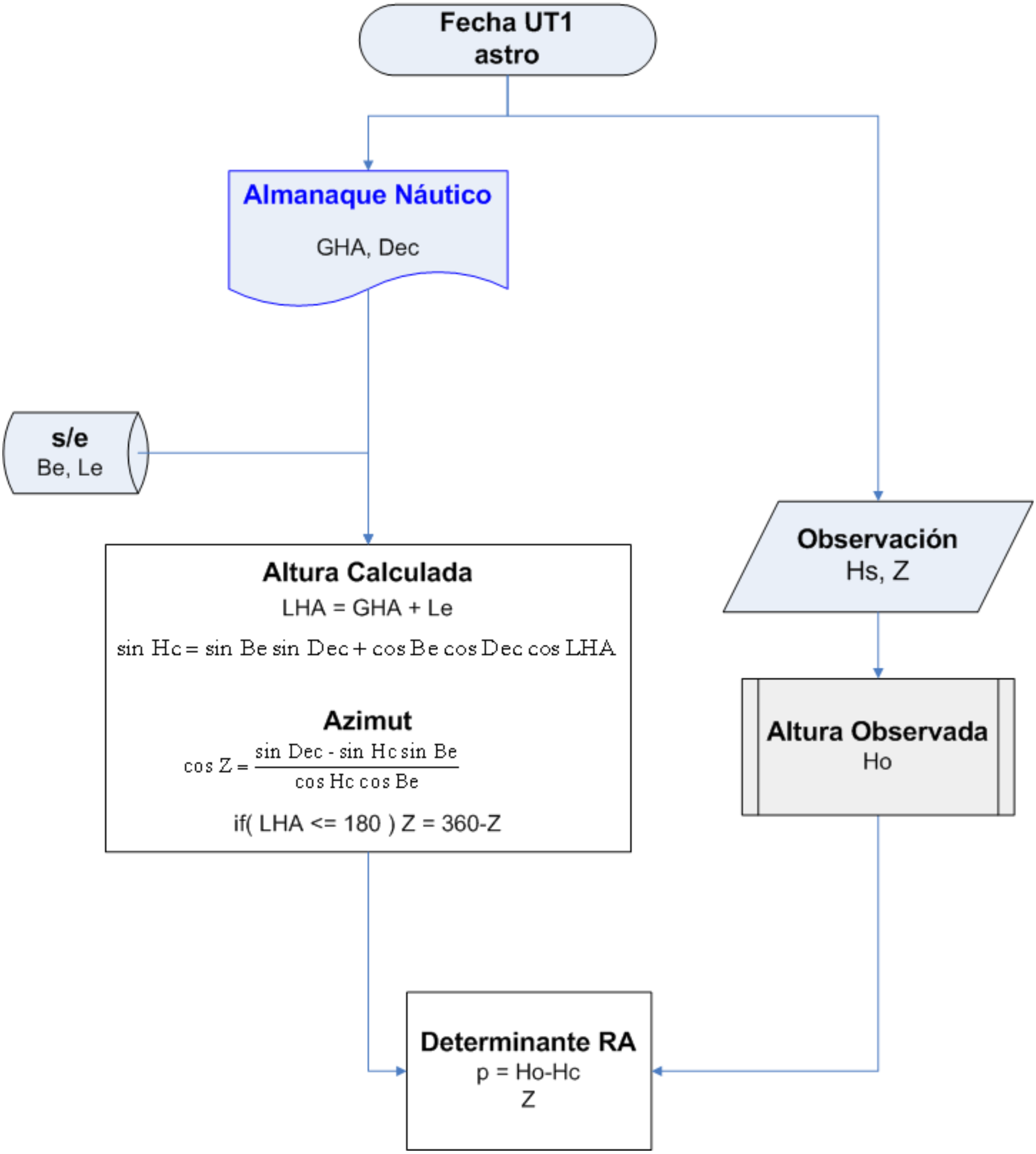
Corrección de la altura observada con el sextante



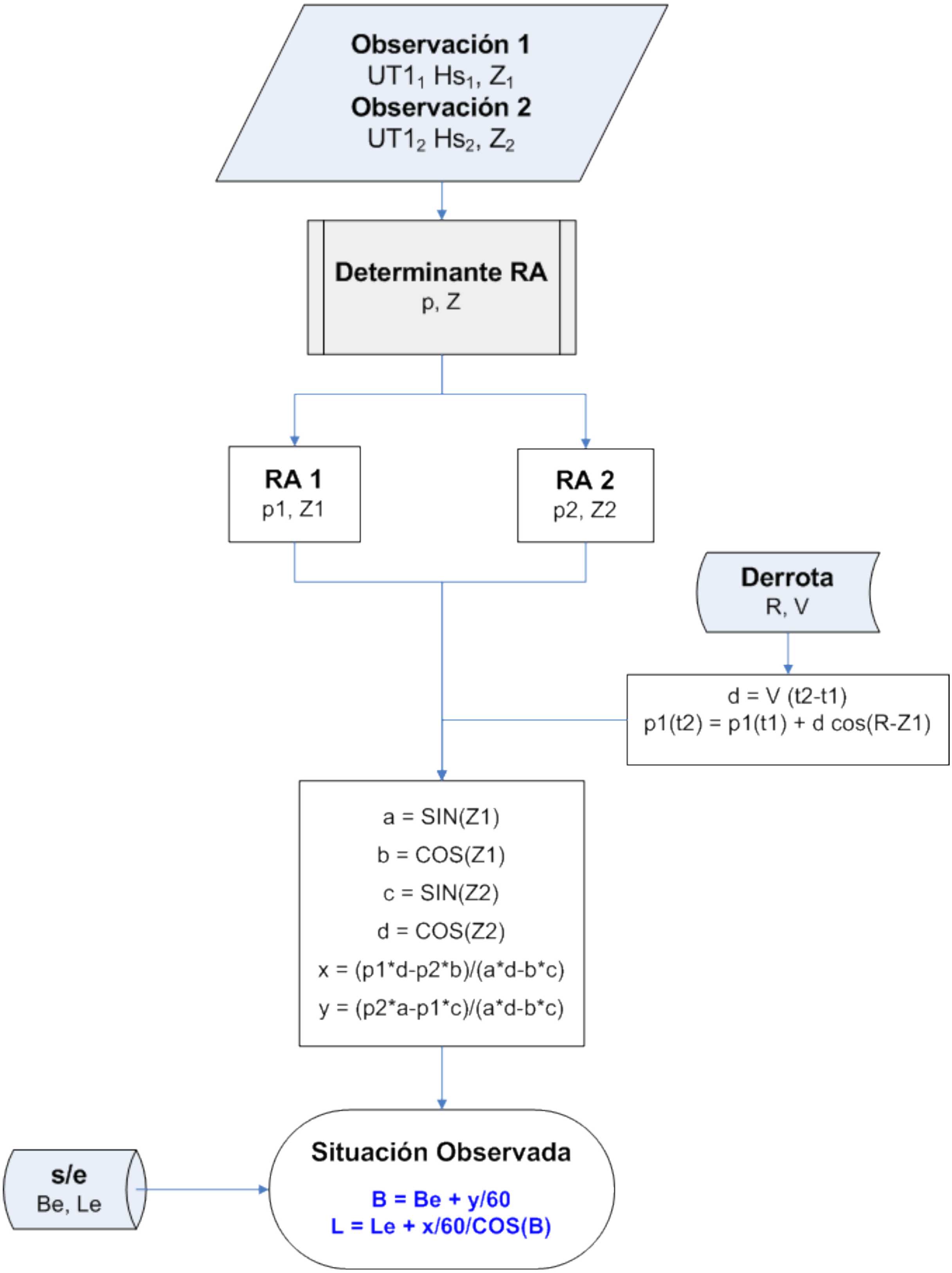
Reconocimiento de astros



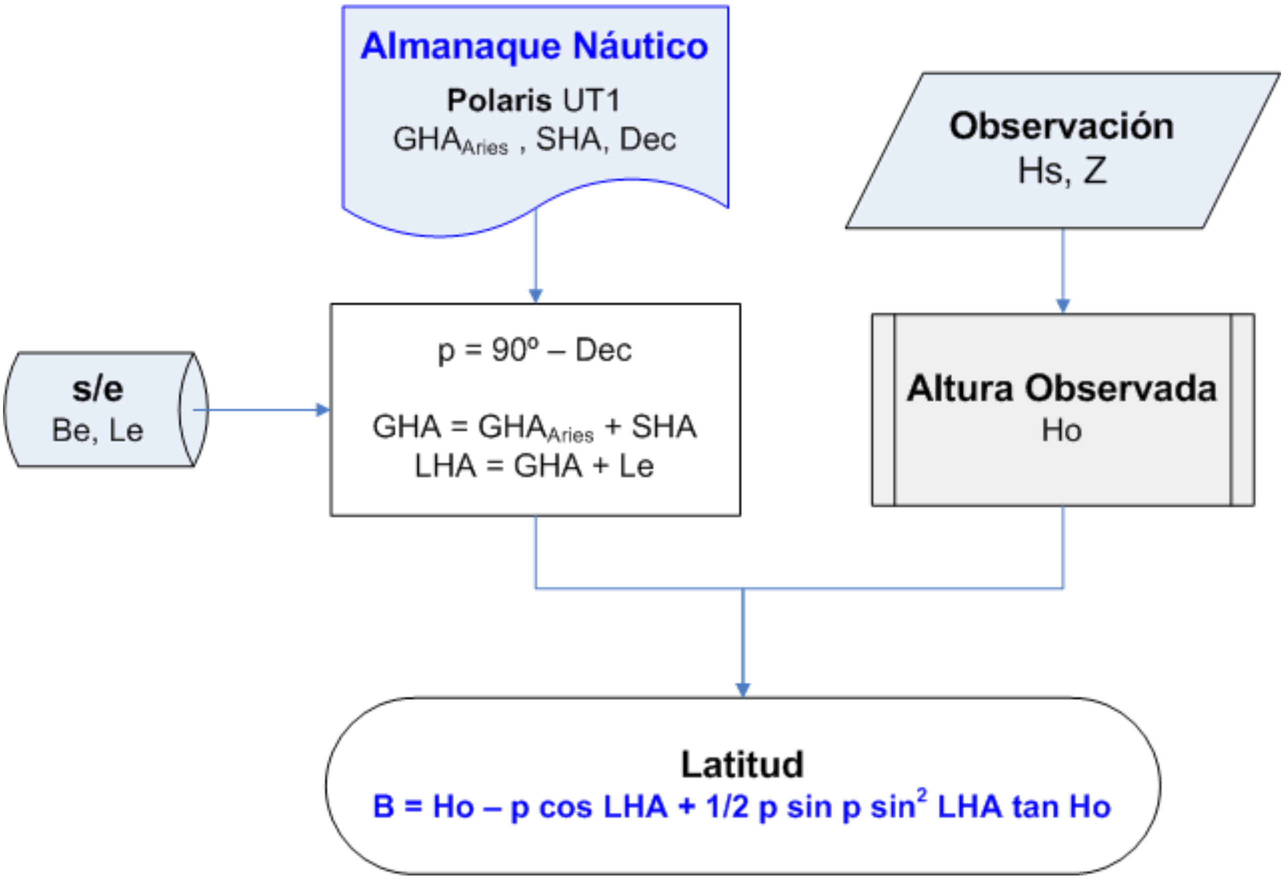
Determinante Marcq Saint-Hilaire de la recta de altura



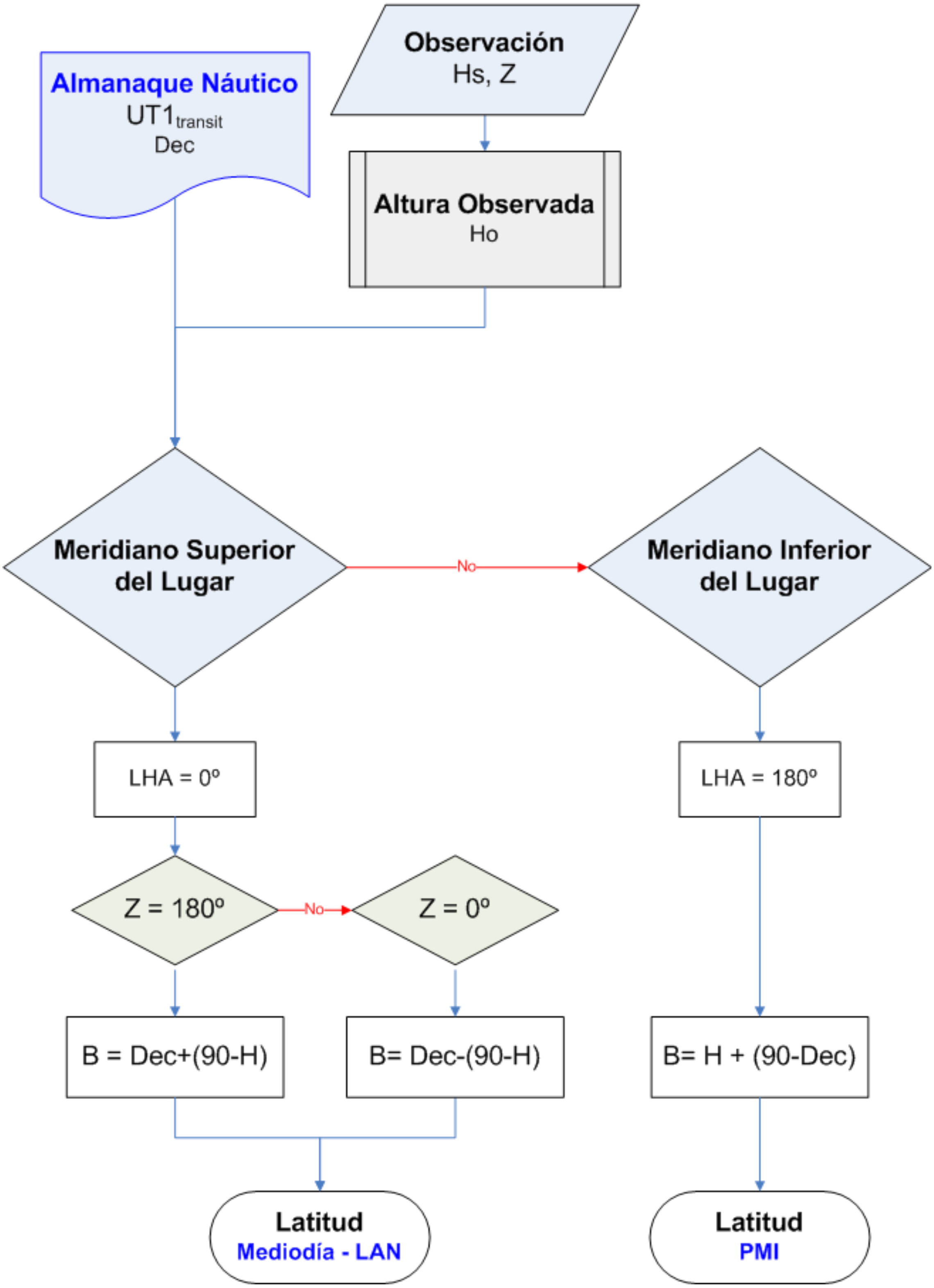
Situación por dos rectas de altura



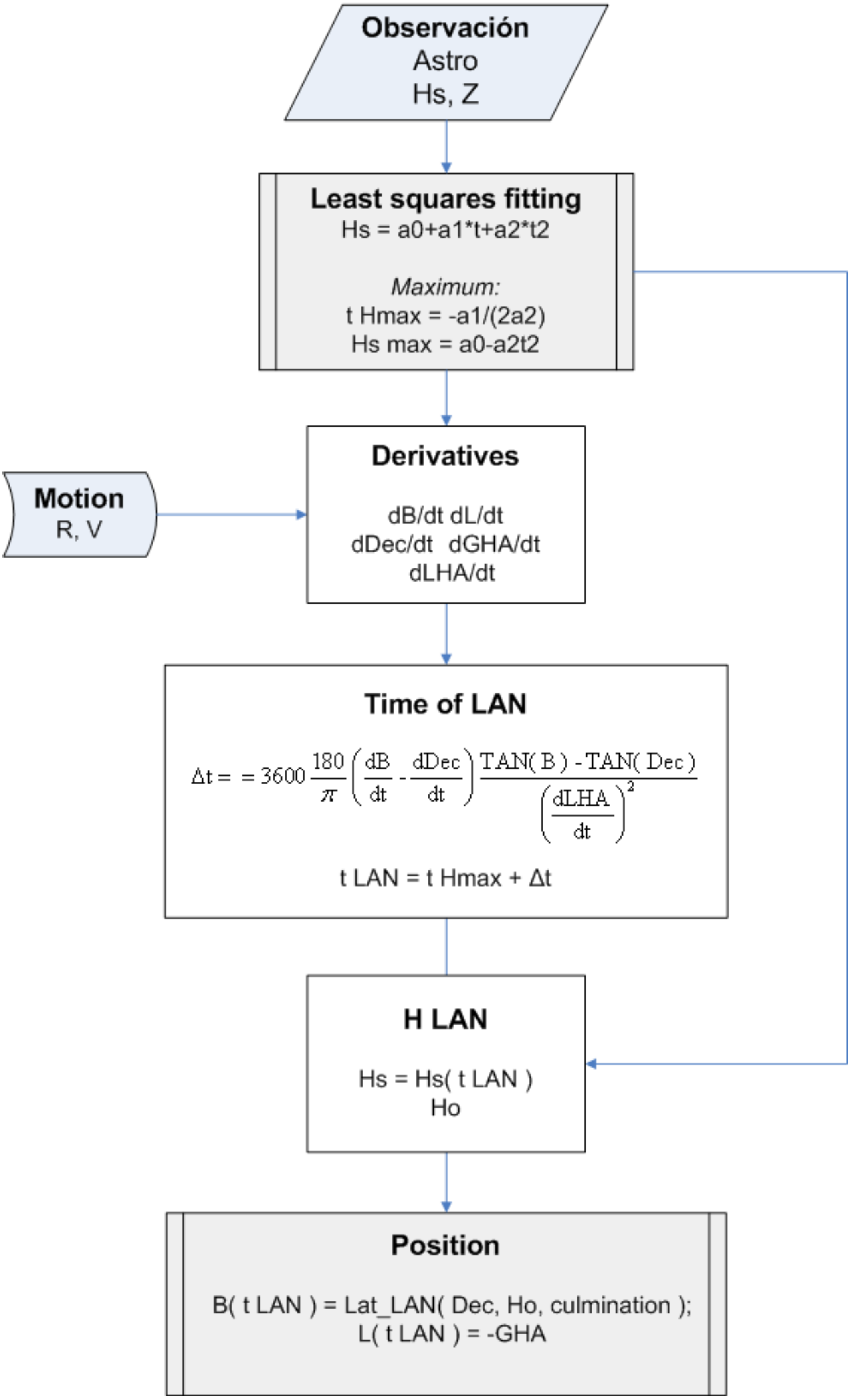
Latitud por la altura de la estrella Polar



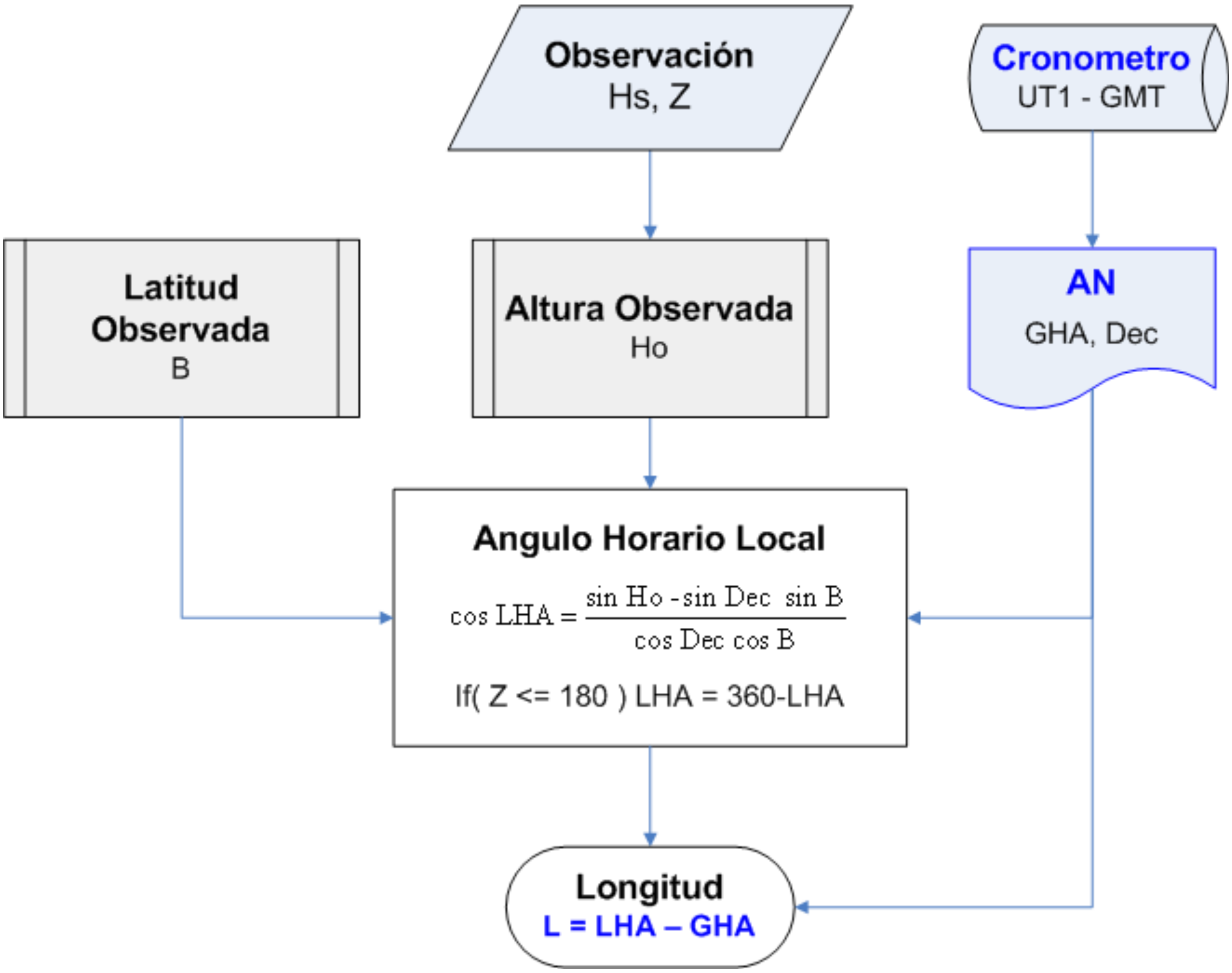
Latitud al paso por el meridiano del lugar



Hs and time of LAN

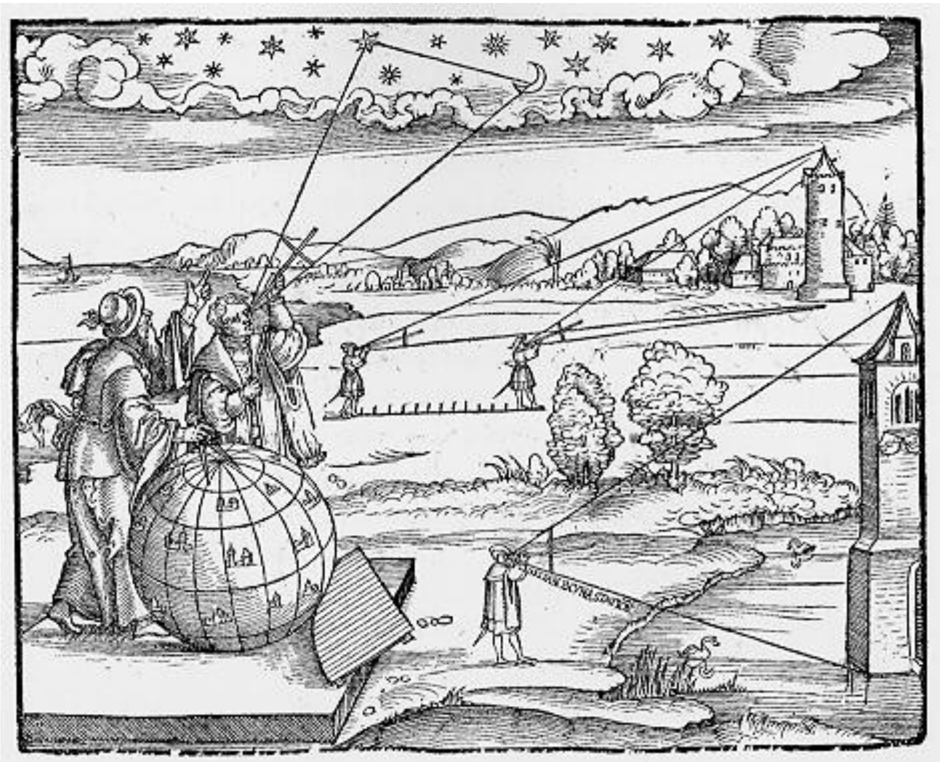


Longitud – Time Sight



El método de la Distancia Lunar

Taking a Lunar Distance - Midnight Sky: Familiar Notes on the Stars and Planets, Edwin Dunkin, 1891.

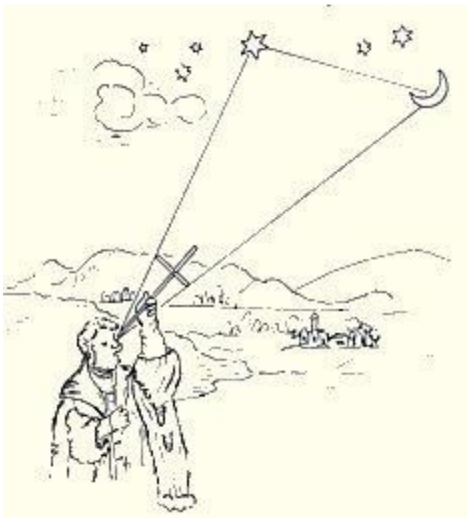


Measuring the angular distance between moon and star. Woodcut by Werner and Apian, 1553.

Breve reseña histórica

Antes de la era del GPS y antes de la invención del cronómetro, el empleo del *método de las Distancias Lunares* permitía poder conocer con precisión la posición. Se convirtió en habitual a finales del siglo XVIII y fue utilizado hasta principios del siglo XX.

La Luna recorre una circunferencia completa respecto al Sol en unos 29.5 días. El ángulo entre el Sol y la Luna actúa como las agujas de un gigantesco reloj astronómico, recorriendo aproximadamente 30.5 segundos de arco en un minuto de tiempo. Si las posiciones del Sol y de la Luna pueden ser predecidas con suficiente antelación, el ángulo entre el Sol y la Luna: la distancia lunar, podría ser tabulada en función de la hora media de Greenwich, GMT.



No es hasta la segunda mitad del siglo XVIII cuando se dan las circunstancias adecuadas para la utilización práctica del método de las distancias lunares: los avances en trigonometría esférica permitieron formular el problema, los desarrollos en astronomía facilitaron el cálculo de las coordenadas del Sol y de la Luna con la precisión necesaria para la determinación de la longitud, que con este método no se precisa del cronómetro, también el instrumento necesario para medir con precisión el ángulo entre la Luna y otro astro fue perfeccionado, apareciendo el sextante.

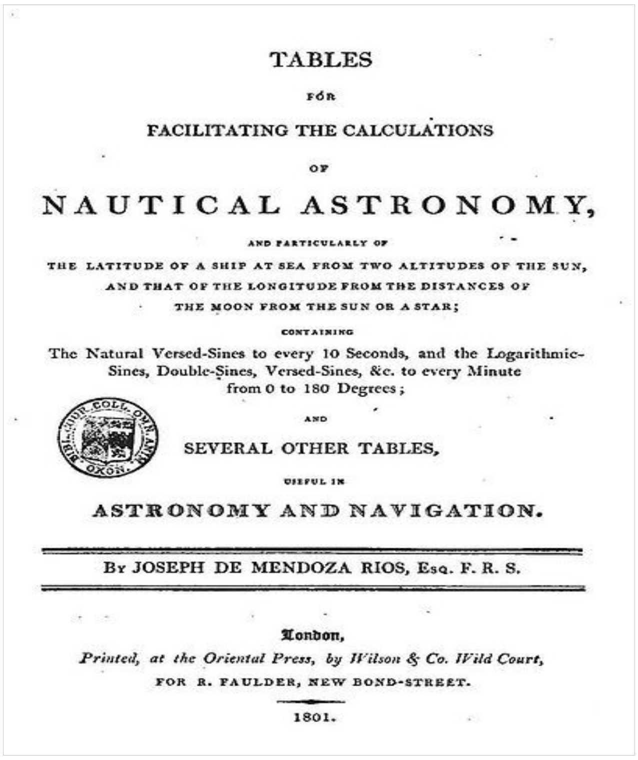
Este método no se hizo práctico hasta que Nevil Maskelyne, astrónomo real del observatorio de Greenwich, publicó en el año de 1766 el primer almanaque náutico: "the Nautical Almanac for 1767". Maskelyne y su equipo trabajaron febrilmente para publicar el almanaque náutico, incluyendo tablas diarias de las posiciones del Sol, la Luna y los planetas usados en navegación, y otros datos astronómicos, así como las tablas de las distancias lunares, que proporcionaban la distancia de la Luna al Sol, y a nueve/diez estrellas adecuadas para observaciones lunares. Desde entonces hasta hoy en día esta publicación ha sido y es la herramienta básica del navegante que utiliza la navegación astronómica.

[36] MARCH 1767.

Days.	Distances of ☽'s Center from ☉, and from Stars west of her.				
	Stars Names.	12 Hours.	15 Hours.	18 Hours.	21 Hours.
		° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
3	The Sun.	47. 35. 32	49. 14. 7	50. 52. 15	52. 29. 58
4		60. 31. 52	62. 6. 53	63. 41. 28	65. 15. 37
5		72. 59. 57	74. 31. 33	76. 2. 45	77. 33. 33
6		85. 1. 42	86. 30. 12	87. 58. 22	89. 26. 11
7		96. 40. 30	98. 6. 26	99. 32. 5	100. 57. 27
8		108. 0. 35	109. 24. 27	110. 48. 7	112. 11. 34
9		119. 6. 21			
6	Arietis.	36. 56. 52	38. 32. 5	40. 7. 2	41. 41. 42
7		49. 30. 50	51. 3. 51	52. 36. 36	54. 9. 5
8	Aldebaran.	30. 50. 33	32. 16. 45	33. 43. 9	35. 9. 45
9		42. 24. 35	43. 51. 40	45. 18. 45	46. 45. 51
10		54. 1. 29	55. 28. 35	56. 55. 42	58. 22. 48
11		65. 38. 23	67. 5. 29	68. 32. 35	69. 59. 42
12	Pollux.	34. 42. 35	36. 10. 18	37. 38. 5	39. 5. 57
13		46. 26. 22	47. 54. 39	49. 23. 0	50. 51. 26
14	Regulus.	21. 13. 28	22. 42. 27	24. 11. 34	25. 40. 48
15		33. 8. 32	34. 38. 25	36. 8. 24	37. 38. 30
16		45. 10. 46	46. 41. 36	48. 12. 32	49. 43. 36
17		57. 20. 54	58. 52. 45	60. 24. 45	61. 56. 54
18	Spica.	15. 48. 39	17. 20. 33	18. 52. 46	20. 25. 17
19		28. 12. 30	29. 46. 44	31. 21. 15	32. 65. 1
20		40. 53. 41	42. 30. 0	44. 6. 34	45. 43. 27
21		53. 51. 55	55. 30. 27	57. 9. 17	58. 48. 25
22		67. 8. 48	68. 49. 50	70. 31. 11	72. 12. 52
23	Antares.	34. 55. 40	36. 39. 31	38. 23. 42	40. 8. 14
24		48. 56. 5	50. 42. 38	52. 29. 31	54. 16. 45
25		63. 17. 49	65. 6. 58	66. 56. 24	68. 46. 7
26	Capricorni.	23. 43. 43	25. 32. 9	27. 21. 11	29. 10. 44
27	Aquilae.	46. 57. 42	48. 20. 33	49. 44. 53	51. 10. 35
28		58. 36. 8	60. 7. 55	61, 40. 21	63. 13. 19

Primera tabulación sistemática de las distancias lunares, publicada por Nevil Maskelyne.

Hacia 1759 el relojero John Harrison desarrolló un cronómetro preciso, y varios años después lo hizo el francés Berthoud, con lo que la longitud podía ser determinada de manera más simple que por distancias lunares. Pero debido al elevado precio de los cronómetros en aquel entonces, no se popularizó su uso, y siguió utilizándose el método de las distancias lunares como alternativa, y como forma de chequear el funcionamiento de los cronómetros de a bordo, o de calibrarlos, si los hubiere.


TABLES
FOR
FACILITATING THE CALCULATIONS
OF
NAUTICAL ASTRONOMY,
AND PARTICULARLY OF
THE LATITUDE OF A SHIP AT SEA FROM TWO ALTITUDES OF THE SUN,
AND THAT OF THE LONGITUDE FROM THE DISTANCES OF
THE MOON FROM THE SUN OR A STAR;
CONTAINING
The Natural Versed-Sines to every 10 Seconds, and the Logarithmic-Sines, Double-Sines, Versed-Sines, &c. to every Minute from 0 to 180 Degrees;
AND
SEVERAL OTHER TABLES,
USEFUL IN
ASTRONOMY AND NAVIGATION.

By JOSEPH DE MENDOZA RIOS, Esq. F. R. S.

London,
Printed, at the Oriental Press, by Wilson & Co. Wild Court,
FOR R. FAULDER, NEW BOND-STREET.
1801.

Tablas náuticas, 1801, Josef de Mendoza y Ríos

Hoy en día este método se practica por hobby, por interés histórico o para desarrollar destreza en el uso del sextante.

Fundamento

En navegación astronómica el cálculo de la posición requiere el conocimiento preciso de la hora de la observación, siendo crítico el error en la medida del tiempo para el cálculo de la longitud.

El método de la distancia lunar utiliza un reloj astronómico basado en el movimiento de la Luna en relación a otro astro cercano a la eclíptica, como son los planetas, el Sol y estrellas como: Aldebaran, Altair, Antares, Fomalhaut, Hamal, Markab, Pollux, Regulus y Spica.

Nombre antiguo	*Nombre actual*	*Constelación*
Aldebaran	Aldebaran	Taurus
α Aquilae	Altair	Aquila
Antares	Antares	Scorpius
Fomalhaut	Fomalhaut	Piscis Austrinus
α Arietis	Hamal	Aries
α Pegasi	Markab	Pegasus
Pollux	Pollux	Gemini
Regulus	Regulus	Leo
Spica Virginis	Spica	Virgo

El método esta basado en el hecho de que la distancia entre la Luna y otro astro cambia a lo largo del tiempo, pero en un instante determinado esa distancia es la misma independientemente del lugar de la superficie de la Tierra desde donde es observada.

La distancia lunar observada debe ser corregida de los errores de refracción y paralaje. Una vez determinada la distancia lunar verdadera, es posible hallar el tiempo UT1 por interpolación en las tablas de distancias lunares. Obtenida la hora UT1 de la observación, es posible determinar las coordenadas de los dos astros, Dec y GHA, en ese instante. Y conocida la latitud, *por la Polar o por meridiana*, es posible calcular la longitud a través del LHA.

Efemérides ⇨ LD geocéntrica

LD observada

Correcciones

Obtención del tiempo: LD ⇨ UT1

UT1 ⇨ Dec, GHA

LAN, Polar ⇨ B

LHA ⇨ L

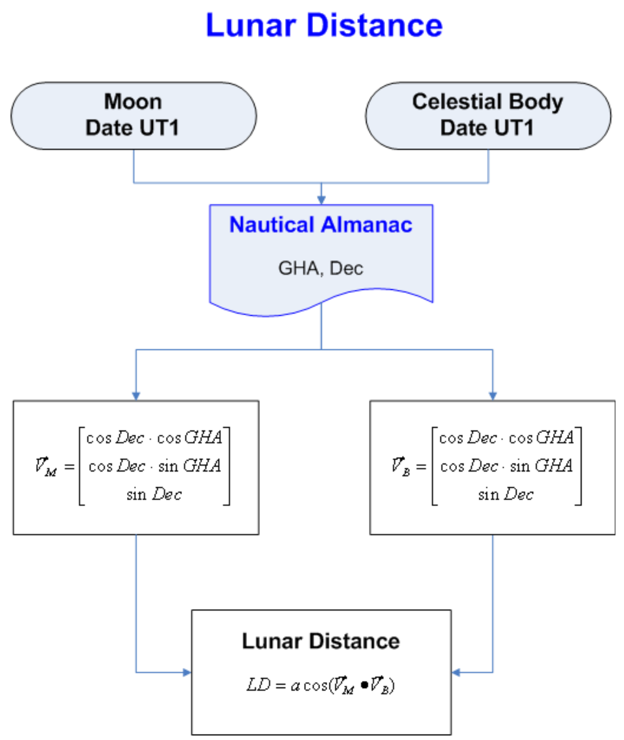
Distancia lunar calculada

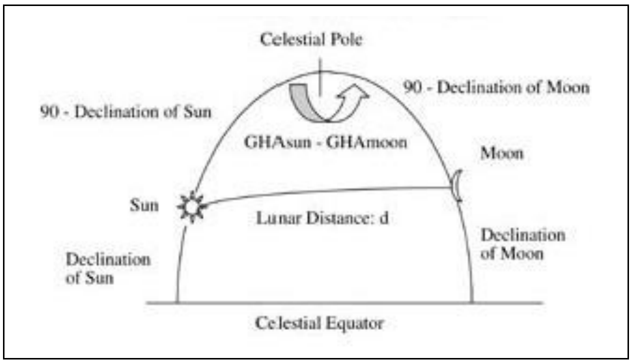
Usando las coordenadas ecuatoriales geocéntricas de los dos astros, y transformándolas en cartesianas, tenemos que:

$$\{V\} = \begin{bmatrix} \cos Dec \cdot \cos GHA \\ \cos Dec \cdot \sin GHA \\ \sin Dec \end{bmatrix}$$

Y la distancia lunar entre la Luna y el otro astro viene dada por el producto escalar de los vectores de posición de ambos astros:

$$\vec{V}_M \bullet \vec{V}_B = \cos(LD)$$





Distancia lunar geocéntrica.

Al mismo resultado se llega resolviendo para el lado incógnita el triángulo esférico, en donde son conocidos dos lados y el ángulo formado por ellos.

$$\cos LD = \sin Dec_M \cdot \sin Dec_2 + \cos Dec_M \cdot \cos Dec_2 \cdot \cos(GHA_M - GHA_2)$$

La declinación y el ángulo horario en Greenwich de la luna y del segundo astro se obtienen del almanaque náutico.

Las tablas de distancias lunares publicadas en los almanaques náuticos hasta principios del siglo XX, recogían cada tres horas el resultado de esta ecuación para unos astros escogidos.

Distancia lunar observada

Observaciones - Shooting the Lunar and the Altitudes

En la práctica, el método de las distancias lunares involucra tomar tres observaciones, idealmente simultáneas, con el sextante:

- Altura de la Luna sobre el horizonte.
- Altura del astro sobre el horizonte.
- Distancia angular entre la Luna y el astro.

Las alturas tomadas con el sextante deben ser corregidas para obtener las alturas observadas o verdaderas, e igualmente la distancia lunar, siendo las correcciones a aplicar distintas, de hecho las alturas son necesarias para corregir la distancia lunar.

La medición de la distancia lunar se efectúa tomando el limbo mejor definido de la Luna.

Corrección de las alturas

Se procede de forma habitual, aplicando todas las correcciones a la Luna.

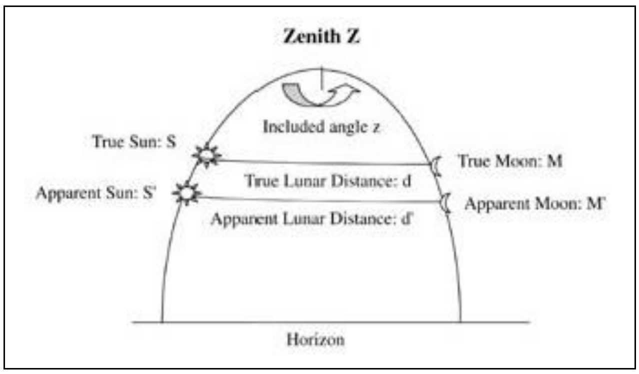
$$Dp = 1.7757\sqrt{h_{ojo}}$$

$$SD_{AG}Moon = 0.272481 \cdot PHE \cdot \left(1 + \sin(H_a)/55\right)$$

$$PA_{Moon} = \left(1 - \sin^2 l/300\right) \cdot PHE \cdot \cos\left(H_a\right)$$

$$PA = HP \cdot \cos H_a$$

Corrección de la distancia - Clearing the Distance



Distancia lunar verdadera y aparente.

Para corregir la distancia lunar aparente de refracción y paralaje, se resuelve el triángulo esférico de la figura.

Sean:

- h'= 90 – ZM': Altura aparente del centro de la Luna corregida por depresión del horizonte.
- H' = 90 – ZS': Altura aparente del centro del otro astro corregida por depresión del horizonte.
- d' = Distancia aparente entre los centros de la Luna y del astro.
- d = Distancia observada o verdadera entre los centros de la Luna y del astro.

Corrigiendo las alturas de refracción y paralaje se obtienen las alturas verdaderas:

- h = 90 – ZM. Altura verdadera de la Luna.
- H = 90 – ZS. Altura verdadera del otro astro.

El lado SM del triángulo esférico es la distancia lunar verdadera d. La llave para su cálculo es el hecho de que el ángulo z es común a los triángulos esféricos ZS'M' y ZSM; la refracción y la paralaje afectan solamente a la altura y no alteran el ángulo comprendido z.

Aplicando la ley de los cosenos a los dos triángulos esféricos:

- de ZS'M' se obtiene cos z. El resto de los términos son conocidos a partir de las observaciones con el sextante corregidas por depresión del horizonte y efectos aparentes del centro del astro.

cos d' = sin h' sin H' + cos h' cos H' cos z

- de ZSM se halla d. Todos los demás términos son conocidos: H y h se obtienen de las alturas medidas con el sextante corregidas de refracción y paralaje.

cos d = sin h sin H + cós h cós H cos z

Fórmula de Young

Combina las dos ecuaciones anteriores de forma compacta.

$$\cos D = [\cos d + \cos(m+s)] \cdot \frac{\cos M \cdot \cos S}{\cos m \cdot \cos s} - \cos(M+S)$$

Donde M y S son las alturas verdaderas de la la Luna y el astro, y m y s las geocéntricas aparentes. Siendo d la distancia lunar aparente entre centros.

En los siglos pasados debido a que los cálculos se debían hacer a mano en base a tablas se elaboraron gran número de procedimientos, tanto exactos como aproximados, encaminados a facilitar la obtención de la solución.

Hora UT1 por distancia lunar

La hora UT1 se obtiene por interpolación:

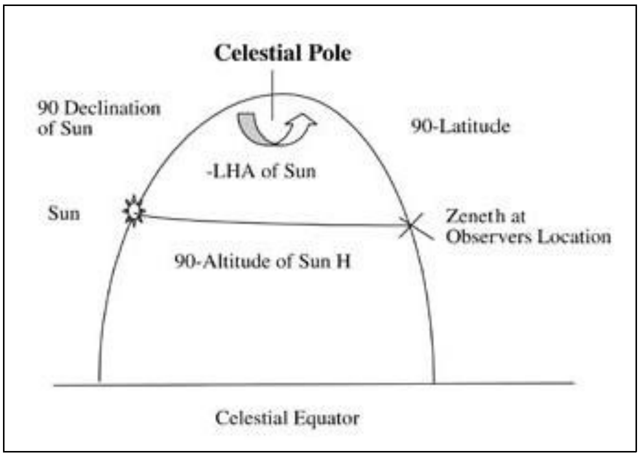
$$LD = f(UT1) \Rightarrow UT1 = f^{-1}(LD)$$

Una vez calculada la distancia lunar verdadera, se interpola en las tablas de distancias lunares LD/UT1 para encontrar la hora UT1.

Longitud

Una vez conocida la hora UT1, pueden ser halladas en el almanaque náutico la declinación, Dec, y el ángulo horario en Greenwich, GHA en el instante de la observación. Lo que permite hallar la posición por cualquiera de los métodos expuestos anteriormente.

En la época de auge de este método, se calculaba la latitud y la longitud de forma separada, y lo más común era hallar primero la latitud por dos alturas simultaneas, para luego hallar la longitud por medio de un “time sight”.



El triángulo de posición y el ángulo horario local.

(B, H, Dec) ⇨ LHA **Time Sight**

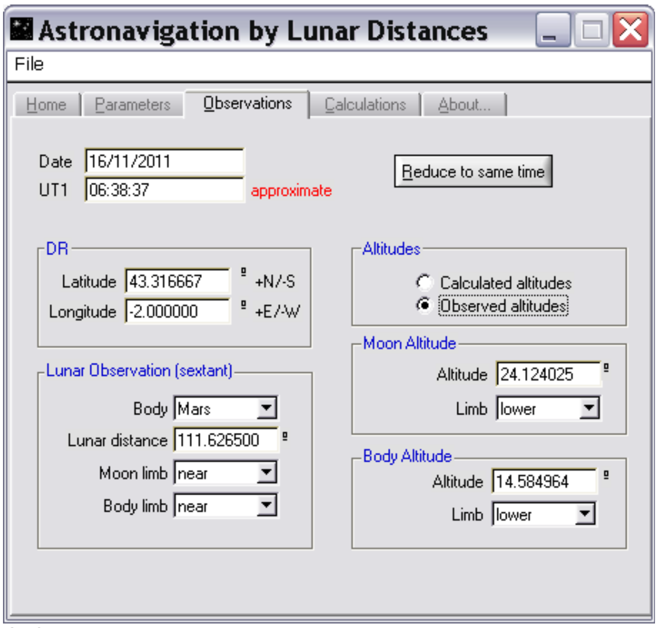
cos LHA = (sin H - sin Dec sin B)/(cos Dec cos B)

La altitud, H, es la medida con el sextante afectada de las correcciones procedentes.

Una vez hallado el LHA, la longitud se obtiene de la relación:

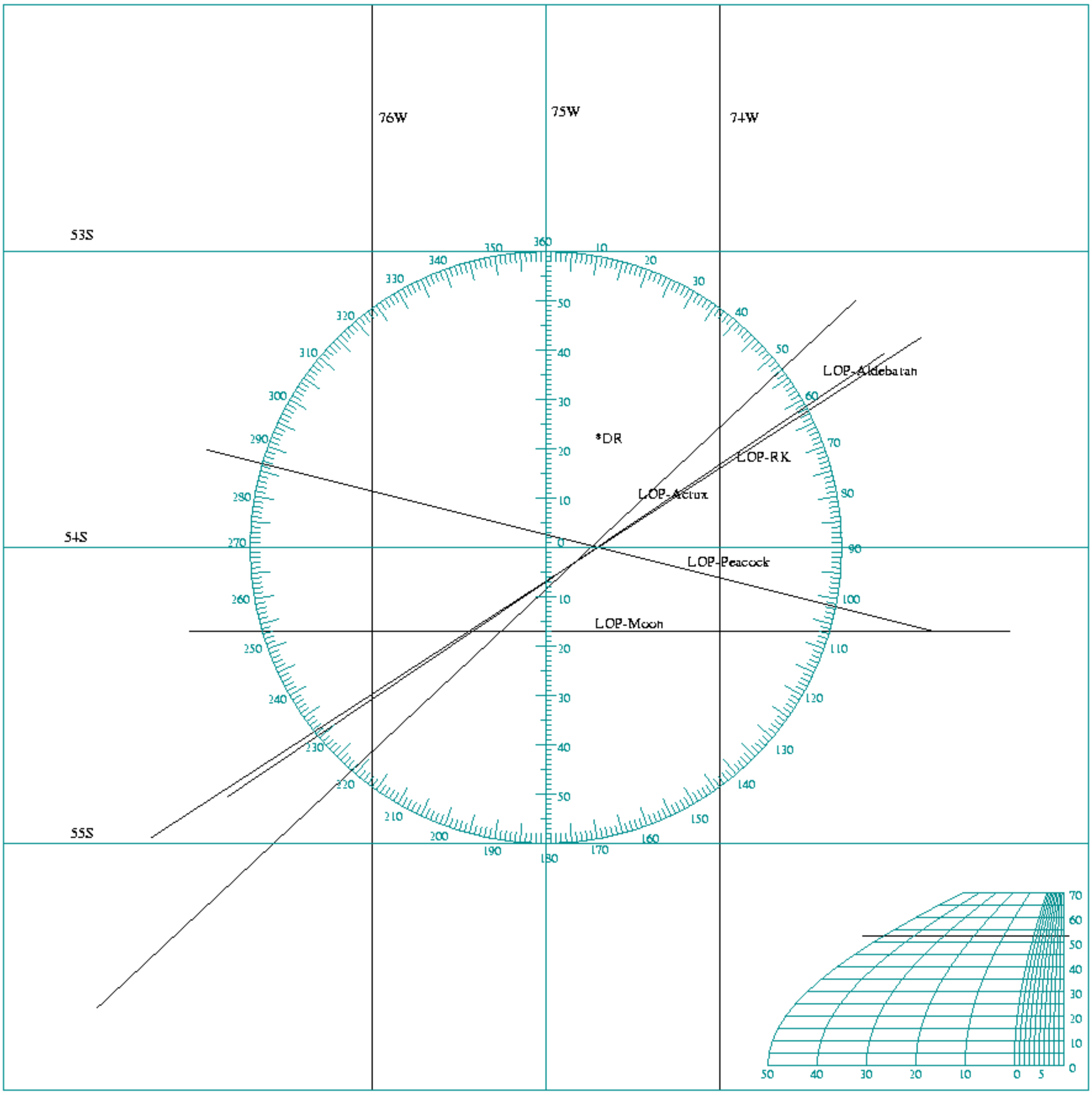
$$L = GHA - LHA$$

Estos cálculos se pueden referir a la Luna o al otro astro observado. De hecho se pueden realizar para los dos astros y chequear los resultados.



Software para resolver el problema de las distancias lunares.

Navegación Astronómica con Calculadora



Navegación Astronómica con calculadora

Posición estimada	B =	L =	UT1 =	Fecha:
Derrota	R =	V =		

Observación UT1				
Astro:				

Altura Observada Ho

Altura del sextante: **Hs**				
Error instrumental: EI				
Depresión del Horizonte Altura del ojo sobre el nivel del mar: h [m]				
$D = 0.0293 \sqrt{h}$ [º]				
Altura Aparente **H** = Hs + EI - D				
Refracción				
if(H > 15º) R0 = 0.0162 / TAN(H)				
P [mb]				
T [ºC]				
f = 0.28 P/ (T+ 273)				
R = f R0				
Paralaje – *Sol, Luna, Venus, Marte*				
HP *(Sol HP = 0.0024º)*				
Luna OB = 0.0032(sin 2B cos z sin H - $\sin^2$B cos H)				
PA = HP COS H + OB				
Semidiámetro • *El Sol SD ≈ 16'* • *La Luna SD ≈ 0.2724° HP*				
Ho = H - R + PA ± SD				

Reconocimiento del astro

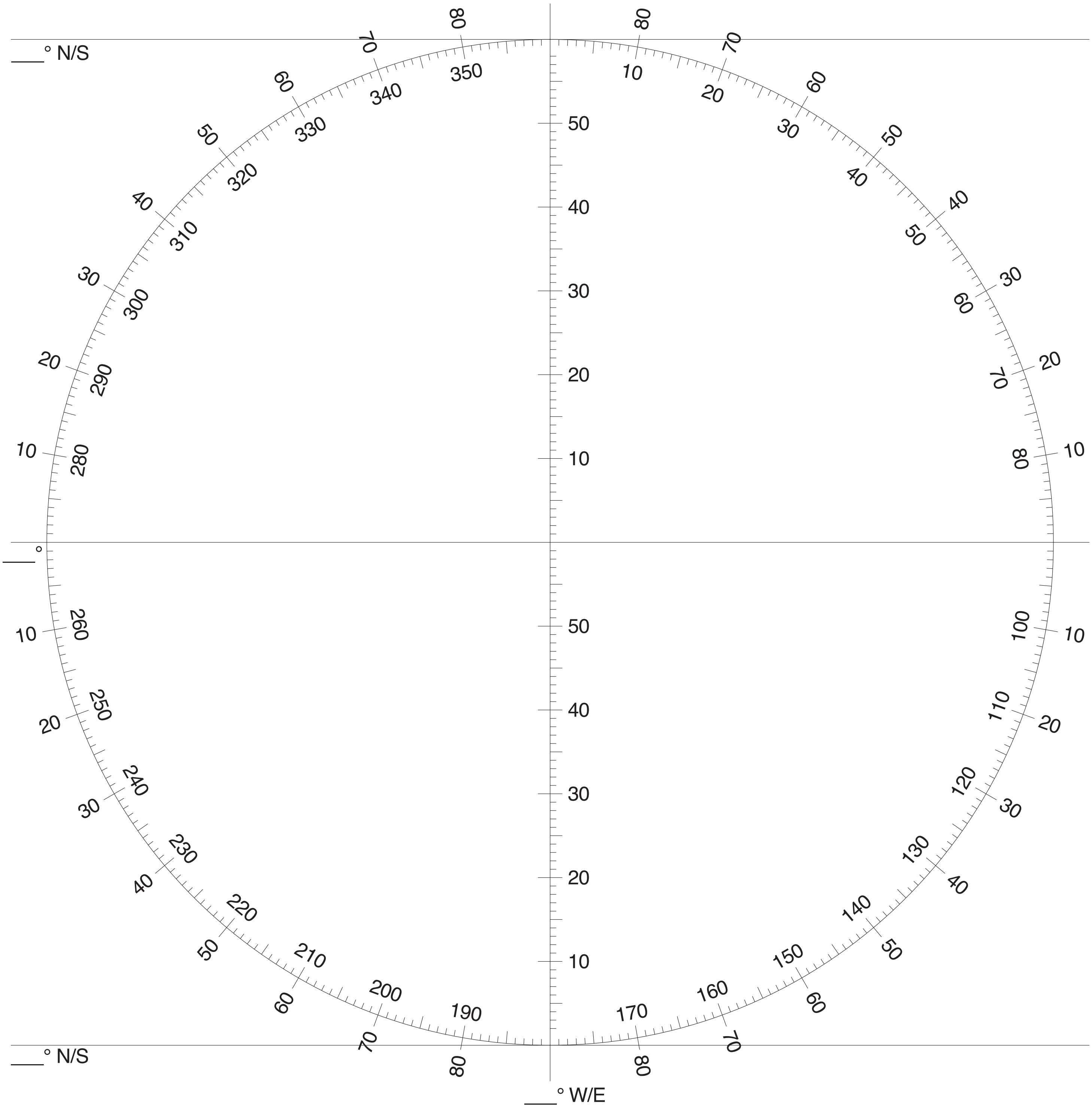
Z				
Dec = ASIN[Sin B Sin Ho + Cos B Cos Ho Cos Z]				
LHA = ATAN[(Tan Ho Cos B - Sin B Cos Z)/ Sin Z]				
GHA = LHA – L				

Polo de iluminación del astro

Dec				
☆ GHA_{Aries}				
☆ SHA				
GHA☆ = GHA_{Aries} + SHA GHA				

Recta de altura – Determinante

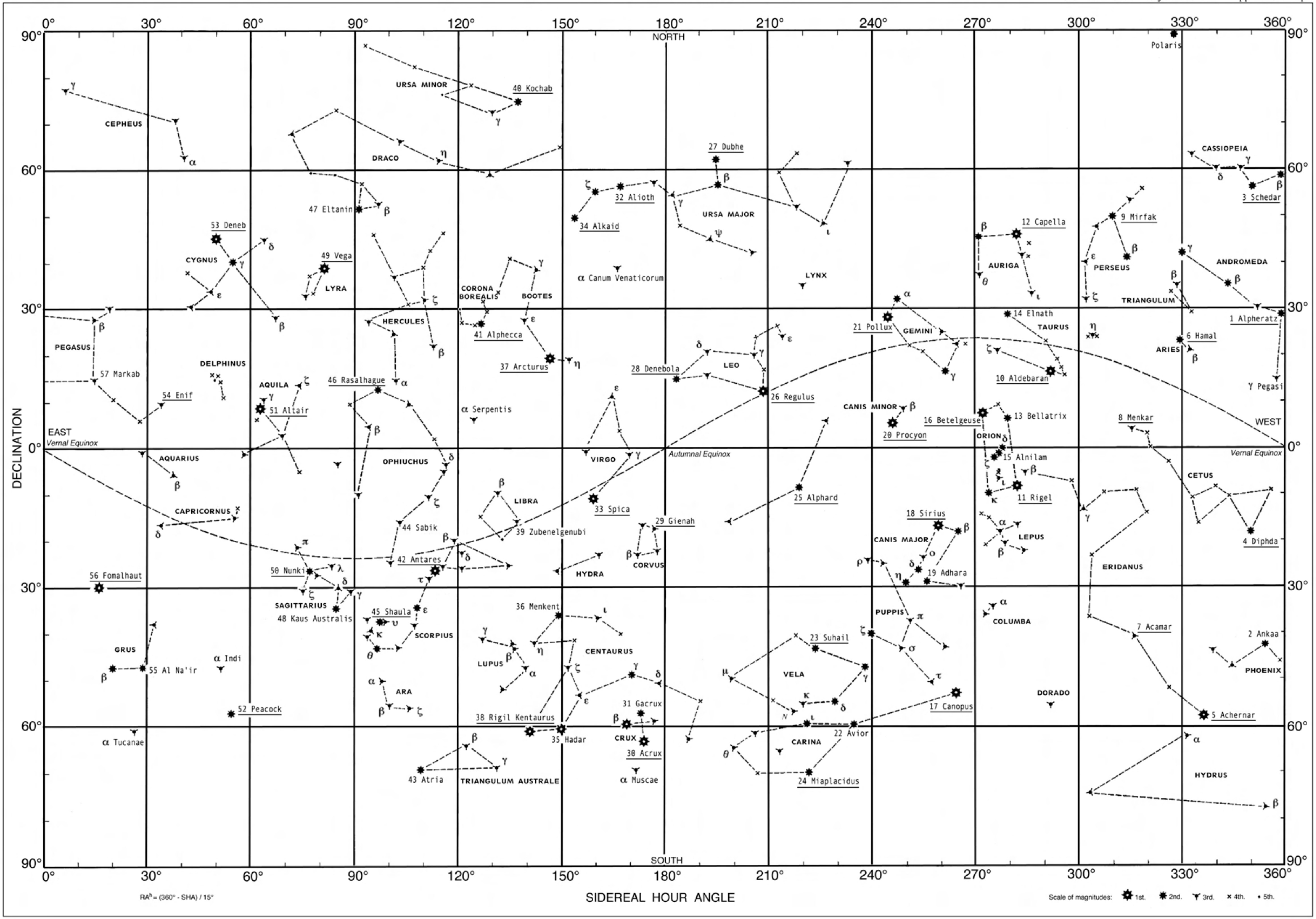
LHA = GHA+L				
Hc = ASIN[sin B sin Dec + cos B cos Dec cos LHA]				
Z = ACOS[(sin Dec - sin Hc sin B)/(cos Hc cos B)]				
if(LHA = W) Z=360-Z				
p = Ho - Hc				



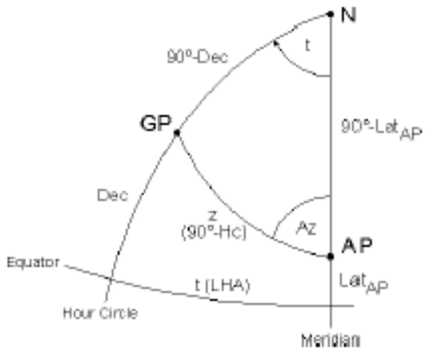
Universal Plotting Sheet for printing on 8.5” x 11” paper
Mark the middle lines of latitude and longitude as a whole degrees near your DR position.
Establish additional lines of longitude by connecting the longitude scale marks on the **outer** ring.
Use the minutes of latitude scale along the mid longitude to measure nautical miles.

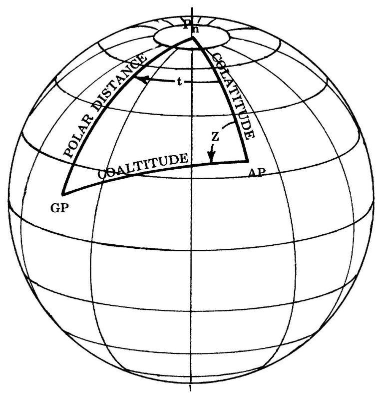
NAVIGATIONAL STAR CHART

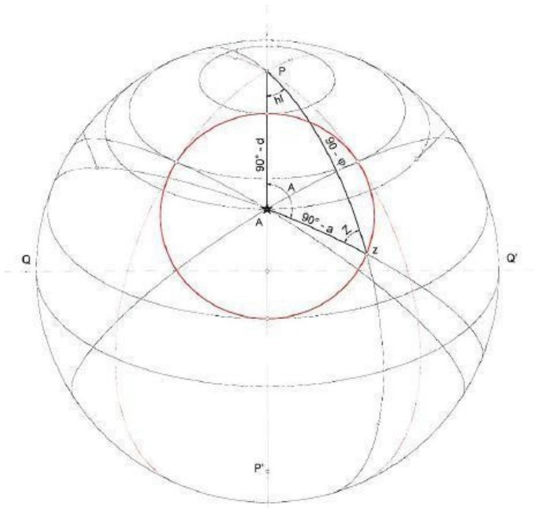
U.S. Naval Observatory / Astronomical Applications Dept.



Triángulo de posición







Círculo de alturas iguales y triángulo de posición.

(B, LHA, Dec) ➪ H sin H = sin B sin Dec + cos B cos Dec cos LHA

(LHA, H, Dec) ➪ Z sin Z = (cos Dec sin LHA)/cos H

(B, LHA, Dec) ➪ Z cotan Z = (tan Dec cos B - sin B cos LHA)/ sin LHA

(B, H, Dec) ➪ Z cos Z = (sin Dec - sin H sin B)/(cos H cos B)

(B, H, Z) ➪ LHA cotan LHA = (tan H cos B - sin B cos Z)/ sin Z

(B, H, Z) ➪ Dec sin Dec = sin B sin H + cos B cos H cos Z

(B, H, Dec) ➪ LHA Time Sight cos LHA = (sin H - sin Dec sin B)/(cos Dec cos B)